

3

Rekenen en herleiden

Wat leer je?

- Werken met breuken en verhoudingen.
- Haakjes wegwerken en variabelen vrijmaken.
- Werken met procenten en de wetenschappelijke notatie.
- Rekenen met lengte, oppervlakte, inhoud, afstand, tijd en snelheid.
- Omzetten van verschillende eenheden.



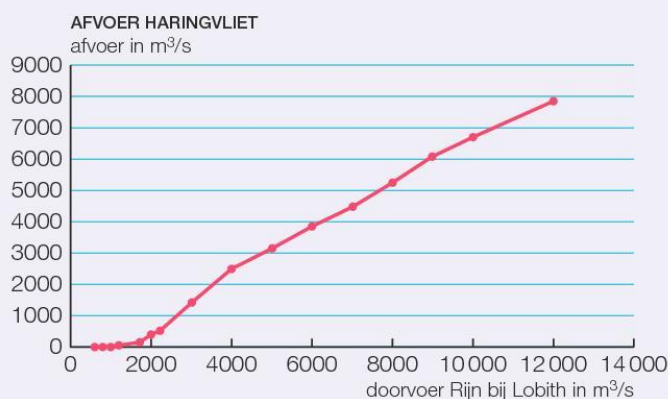
Beginopdracht De Haringvlietsluizen

De Haringvlietsluizen liggen tussen de Noordzee en de monding van het Haringvliet. Ze regelen het waterpeil op een manier die vergelijkbaar is met het open- en dichtdraaien van een kraan. De sluizen staan dan ook bekend als de kraan van Europa.

De Haringvlietdam, met daarin de Haringvlietsluizen, is gebouwd tussen 1956 en 1970. De dam beschermt tegen hoogwater van de zee en verbindt Goeree-Overflakkee met Voorne-Putten. De sluizen voeren een groot deel van het toegestroomde Rijn- en Maaswater af naar de Noordzee.

De afvoer in m^3/s door het Haringvliet is afhankelijk van de Maas- en Rijndoorvoer en de mate waarin de sluizen open staan.

De figuur hieronder geeft het verloop van de afvoer door het Haringvliet.



Bij doorvoeren van de Rijn tot ongeveer $1100 \text{ m}^3/\text{s}$ zijn de Haringvlietsluizen dicht en wordt er via die weg dus geen water afgevoerd. Naarmate de doorvoer van de Rijn groter wordt, worden de sluizen meer opengezet. Behalve door het Haringvliet wordt het water van de Rijn ook nog afgevoerd door de IJssel, het Noordzeekanaal en de Nieuwe Waterweg.

We bekijken de situatie dat de waterdoorvoer van de Rijn (bij Lobith) $7000 \text{ m}^3/\text{s}$ is en de waterdoorvoer van de Maas (bij Maastricht) $800 \text{ m}^3/\text{s}$.

- Hoeveel procent van de doorvoer van de Rijn en de Maas wordt in deze situatie door de Haringvlietsluizen afgevoerd?

De gemiddelde jaarlijkse waterdoorvoer van de Rijn is $2300 \text{ m}^3/\text{s}$ en de gemiddelde jaarlijkse waterdoorvoer van de Maas is $230 \text{ m}^3/\text{s}$. Per jaar wordt 30 miljard m^3 water door de Haringvlietsluizen afgevoerd.

- Hoeveel procent van de jaarlijkse doorvoer van het water van de Rijn en de Maas wordt door de Haringvlietsluizen afgevoerd?

Voorkennis Rekenen met breuken

Theorie A Breuken vermenigvuldigen en delen

Je weet $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{10}{21}$ en $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$.

$$\text{breuk} \times \text{breuk} = \frac{\text{teller} \times \text{teller}}{\text{noemer} \times \text{noemer}}$$

Een speciale situatie heb je bij $3 \cdot \frac{2}{11}$.

Bedenk dat $3 \cdot \frac{2}{11} = \frac{3}{1} \cdot \frac{2}{11} = \frac{6}{11}$.

Verder is $\frac{3}{7} \cdot 2 = \frac{6}{7}$ en $2 \cdot 2 \cdot \frac{3}{14} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$.

Bij het vermenigvuldigen van een breuk met zijn noemer

krijg je als uitkomst de teller. Zo is $3 \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{3} = 2$.

In één keer $3 \cdot \frac{2}{3} = 2$. En dus $5 \cdot \frac{3}{5} = 3$ en $8 \cdot \frac{7}{8} = 7$.

$1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$, dus $6 \cdot 1\frac{1}{3} = 6 \cdot \frac{4}{3} = \frac{24}{3} = 8$.

Verder is $1\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{3} = \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{3} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$.

Haal de helen eruit.

En $7 \cdot 3\frac{1}{7} = 7 \cdot \frac{22}{7} = 22$.

$$\text{breuk} = \frac{\text{teller}}{\text{noemer}}$$

Vereenvoudig breuken
zo ver mogelijk.

$$\text{Zo is } \frac{6}{28} = \frac{3}{14}.$$

$$\text{noemer} \times \text{breuk} = \text{teller}$$

$$\text{Zo is } 3 \cdot \frac{2}{3} = 2.$$

Afspraak

- Vereenvoudig breuken zo ver mogelijk.
- Haal zo mogelijk de helen uit een breuk.

Voorbeeld

Bereken zonder rekenmachine.

a $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{9}$

b $9 \cdot 4\frac{1}{9}$

c $1\frac{1}{5} \cdot 1\frac{3}{4}$

Uitwerking

a $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{9} = \frac{12}{45} = \frac{4}{15}$

Deel teller en noemer door 3.

b $9 \cdot 4\frac{1}{9} = 9 \cdot \frac{37}{9} = 37$

Een breuk vermenigvuldigen met zijn noemer geeft de teller.

c $1\frac{1}{5} \cdot 1\frac{3}{4} = \frac{6}{5} \cdot \frac{7}{4} = \frac{42}{20} = \frac{21}{10} = 2\frac{1}{10}$

Haal de helen uit $\frac{21}{10}$.

Bij $\frac{\left(\frac{3}{7}\right)}{8}$ is de teller $\frac{3}{7}$ en de noemer 8. Vermenigvuldig je de teller en de noemer met 7, dan krijg je $\frac{\left(\frac{3}{7}\right)}{8} = \frac{\frac{3}{7} \cdot 7}{8 \cdot 7} = \frac{3}{8 \cdot 7} = \frac{3}{56}$.

Bij $\frac{5}{\left(\frac{2}{3}\right)}$ is de teller 5 en de noemer $\frac{2}{3}$. Vermenigvuldig je de teller en noemer met 3, dan krijg je $\frac{5}{\left(\frac{2}{3}\right)} = \frac{5 \cdot 3}{\frac{2}{3} \cdot 3} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$.

Je kunt bij $\frac{5}{\left(\frac{2}{3}\right)}$ ook de regel 'delen door een breuk is vermenigvuldigen met het omgekeerde van die breuk' gebruiken.

Je krijgt $\frac{5}{\left(\frac{2}{3}\right)} = 5 \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$.

1 Bereken zonder rekenmachine.

a $\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{11}$

d $12 \cdot \frac{5}{12}$

g $\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{9} \cdot 3$

b $7 \cdot \frac{2}{19}$

e $3 \cdot \frac{1}{3}$

h $\frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \frac{1}{2}$

c $8 \cdot \frac{3}{8}$

f $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{9}$

i $\frac{5}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{3}$

2 Bereken zonder rekenmachine.

a $6 \cdot 1\frac{1}{6}$

c $8 \cdot 2\frac{1}{2}$

e $\frac{1}{10} \cdot 25 \cdot \frac{1}{2}$

b $\frac{3}{5} \cdot 1\frac{1}{3}$

d $\frac{3}{4} \cdot 2\frac{1}{3} \cdot 4$

f $1\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{3}{4}$

3 Bereken zonder rekenmachine.

a $\frac{\left(\frac{2}{9}\right)}{5}$

b $\frac{6}{\left(\frac{3}{4}\right)}$

c $\frac{\left(\frac{5}{6}\right)}{4} \cdot \frac{3}{\left(\frac{2}{5}\right)}$

Theorie B Breuken optellen en aftrekken

Breuken met gelijke noemers heten gelijknamig.

Gelijknamige breuken kun je direct optellen en aftrekken.

$$\text{Dus } \frac{4}{9} + \frac{2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \text{ en } \frac{7}{15} - \frac{2}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}.$$

Bij het optellen en aftrekken van $\frac{4}{9}$ en $\frac{2}{11}$ maak je de breuken eerst gelijknamig.

$$\text{Je krijgt } \frac{4}{9} + \frac{2}{11} = \frac{44}{99} + \frac{18}{99} = \frac{62}{99} \text{ en } \frac{4}{9} - \frac{2}{11} = \frac{44}{99} - \frac{18}{99} = \frac{26}{99}.$$

De nieuwe noemer wordt $9 \cdot 11$.

Bij het optellen van $\frac{4}{9}$ en $\frac{2}{15}$ is het niet nodig als

nieuwe noemer $9 \cdot 15$ te nemen, want 9 en 15 hebben de

gemeenschappelijke factor 3. Neem als nieuwe noemer $\frac{9 \cdot 15}{3} = 45$.

$$\text{Dus } \frac{4}{9} + \frac{2}{15} = \frac{20}{45} + \frac{6}{45} = \frac{26}{45}.$$

$$5 \cdot 9 = 45$$

$$3 \cdot 15 = 45$$

4 Bereken zonder rekenmachine.

a $\frac{2}{15} + \frac{1}{5}$

c $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$

e $\frac{1}{14} \cdot \left(\frac{5}{13} + \frac{1}{3} \right)$

b $\frac{4}{7} - \frac{1}{14}$

d $1\frac{1}{3} + 2\frac{3}{4}$

f $\frac{2}{3} \cdot \left(5\frac{1}{4} - 4\frac{1}{3} \right)$

3.1 Breuken en verhoudingen

- 01** Een computervirus vernietigt de gegevens op een harde schijf. De eerste dag vernietigt het de helft van de schijf. Van het overgebleven deel vernietigt het de tweede dag $\frac{1}{3}$ deel, daarna vernietigt het $\frac{1}{4}$ deel van het dan nog overgebleven deel en ten slotte $\frac{1}{5}$ deel van het laatst overgebleven deel. Het hoeveelste deel van de harde schijf is nu nog niet vernietigd?



- 02** Net als $3 \cdot \frac{2}{11} = \frac{6}{11}$ is $3 \cdot \frac{a}{b} = \frac{3a}{b}$. Schrijf $\frac{3}{b} \cdot a$ en $p \cdot q \cdot \frac{1}{r}$ als één breuk.

Theorie A Vermenigvuldigen en delen van breuken

Bij het vermenigvuldigen van breuken gebruik je de volgende regels.

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD} \text{ en } A \cdot \frac{B}{C} = \frac{A \cdot B}{C} = \frac{A}{C} \cdot B = A \cdot B \cdot \frac{1}{C} \text{ en } B \cdot \frac{A}{B} = A$$

De rekenregels voor breuken gelden ook bij het vermenigvuldigen van breuken waarin letters voorkomen.

$$\text{Dus } \frac{3}{a} \cdot \frac{5}{b} = \frac{15}{ab}, \frac{2a}{5} \cdot \frac{3b}{7} = \frac{6ab}{35} = \frac{6}{35}ab, 5 \cdot \frac{2a}{b} = \frac{10a}{b} \text{ en } a \cdot \frac{3b}{a} = 3b.$$

Bij het delen door een breuk gebruik je de volgende regel.

$$A : \frac{B}{C} = A \cdot \frac{C}{B}$$

Zo is de formule $G = \frac{2a}{3b} : \frac{5}{b}$ als volgt te herleiden.

$$G = \frac{2a}{3b} : \frac{5}{b} = \frac{2a}{3b} \cdot \frac{b}{5} = \frac{2ab}{15b} = \frac{2}{15}a$$

Delen door een breuk is vermenigvuldigen met het omgekeerde van die breuk.

Voorbeeld

Herleid.

$$\mathbf{a} \quad (a-1) \cdot \frac{2b+1}{a-1}$$

$$\mathbf{b} \quad \frac{2}{a} : \frac{a}{a-1}$$

$$\mathbf{c} \quad 2 \cdot \frac{5}{a} \cdot \frac{8-a}{3}$$

Uitwerking

$$\mathbf{a} \quad (a-1) \cdot \frac{2b+1}{a-1} = 2b+1$$

$$\mathbf{b} \quad \frac{2}{a} : \frac{a}{a-1} = \frac{2}{a} \cdot \frac{a-1}{a} = \frac{2(a-1)}{a^2} = \frac{2a-2}{a^2}$$

$$\mathbf{c} \quad 2 \cdot \frac{5}{a} \cdot \frac{8-a}{3} = \frac{2 \cdot 5 \cdot (8-a)}{3a} = \frac{10(8-a)}{3a} = \frac{80-10a}{3a}$$

haakjes wegwerken

$$a(b+c) = ab+ac$$

$$(a+b)c = ac+bc$$



3 Herleid.

$$\mathbf{a} \quad p \cdot \frac{2p+1}{p}$$

$$\mathbf{c} \quad 7 \cdot \frac{2a}{b} \cdot \frac{a-1}{3b}$$

$$\mathbf{e} \quad 3 \cdot \frac{2}{p} \cdot \frac{1-p}{p}$$

$$\mathbf{b} \quad \frac{5}{q} \cdot \frac{3-q}{3q}$$

$$\mathbf{d} \quad \frac{4}{a} : \frac{a}{3-a}$$

$$\mathbf{f} \quad \frac{2+a}{b} \cdot \frac{3a}{b-1}$$



4 Herleid.

$$\mathbf{a} \quad \frac{3}{a} \cdot \frac{4}{a-1}$$

$$\mathbf{c} \quad 3 \cdot \frac{5a}{b} \cdot \frac{2a-4}{b}$$

$$\mathbf{e} \quad 8 \cdot \frac{3}{a} \cdot \frac{10-a}{1-a}$$

$$\mathbf{b} \quad \frac{6}{p} : \frac{p+1}{5-p}$$

$$\mathbf{d} \quad 6a : \frac{a}{7-b}$$

$$\mathbf{f} \quad \frac{x+5}{y} \cdot \frac{3x}{y-2}$$



5 Je weet dat bij 'delen door een breuk' hoort 'vermenigvuldigen met het

omgekeerde van die breuk', dus $A : \frac{B}{C} = A \cdot \frac{C}{B}$.Om dit aan te tonen schrijf je $A : \frac{B}{C}$ als $\frac{A}{(\frac{B}{C})}$ en laat je zien dat dit gelijk isaan $A \cdot \frac{C}{B}$.Toon op deze manier aan dat geldt $A : \frac{B}{C} = A \cdot \frac{C}{B}$.E6 Bereken $(1 + \frac{1}{2}) \cdot (1 + \frac{1}{3}) \cdot (1 + \frac{1}{4}) \cdot (1 + \frac{1}{5}) \cdot \dots \cdot (1 + \frac{1}{1001})$.

A7

Herleid.



a $\frac{4x+1}{2x} \cdot 2x$

c $\frac{4}{a} \cdot \frac{2}{b} \cdot \frac{3a-1}{a}$

e $3a : \frac{3a+1}{2a-1}$

b $\frac{5}{p+1} : \frac{q}{8-q}$

d $\frac{a}{3} \cdot \frac{a-1}{4} \cdot \frac{5}{a+1}$

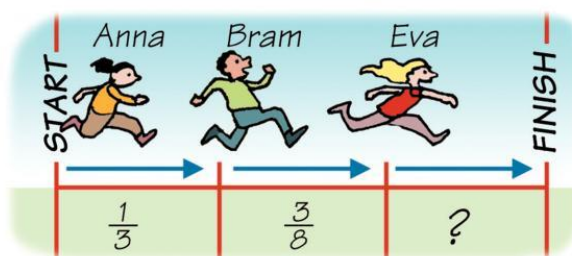
f $6a \cdot \frac{4a-1}{6a}$

O8

Anna, Bram en Eva doen mee aan een estafeteloop voor het goede doel.

Ze spreken af dat Anna $\frac{1}{3}$ deel van het traject aflegt en Bram $\frac{3}{8}$ deel.

Welk deel neemt Eva voor haar rekening?

**O9**

Hieronder worden telkens twee breuken herleid tot één breuk. Er staan drie mogelijke antwoorden achter. Kies het juiste antwoord.

a $\frac{5}{a} + \frac{4}{a}$

kies uit

I $\frac{9}{2a}$

II $\frac{9}{a}$

III $\frac{9}{a^2}$

b $\frac{5}{ab} + \frac{6}{a^2b}$

kies uit

I $\frac{11}{a^2b}$

II $\frac{11}{a^3b^2}$

III $\frac{5a+6}{a^2b}$

c $3p - \frac{2}{p}$

kies uit

I p

II $\frac{1}{p}$

III $\frac{3p^2-2}{p}$

d $\frac{4}{3x} - \frac{5}{4x}$

kies uit

I $\frac{1}{12x}$

II $\frac{1}{x}$

III $\frac{1}{12x^2}$

Theorie B Optellen en aftrekken van breuken

Gelijknamige breuken kun je direct optellen en aftrekken. Je gebruikt de volgende regels.

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{B} = \frac{A+C}{B} \text{ en } \frac{A}{B} - \frac{C}{B} = \frac{A-C}{B}$$

Bij het optellen van breuken die niet gelijknamig zijn gebruik je de volgende regels.

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{AD+BC}{BD} \text{ en } \frac{A}{B} + C = \frac{A+BC}{B}$$

Zo is $\frac{2}{a} + \frac{3}{b} = \frac{2b}{ab} + \frac{3a}{ab} = \frac{3a+2b}{ab}$ en $\frac{2}{3a} + \frac{3}{a} = \frac{2}{3a} + \frac{9}{3a} = \frac{11}{3a}$.

De nieuwe noemer wordt ab .

Neem als nieuwe noemer $3a$.

Voorbeeld

Herleid tot één breuk.

a $\frac{5}{2x} + \frac{7}{3x}$

b $\frac{1}{a^2b} - \frac{1}{ab^2}$

c $3x - \frac{5}{x^2}$

Uitwerking

a $\frac{5}{2x} + \frac{7}{3x} = \frac{15}{6x} + \frac{14}{6x} = \frac{29}{6x}$

b $\frac{1}{a^2b} - \frac{1}{ab^2} = \frac{b}{a^2b^2} - \frac{a}{a^2b^2} = \frac{b-a}{a^2b^2}$

c $3x - \frac{5}{x^2} = \frac{3x^3}{x^2} - \frac{5}{x^2} = \frac{3x^3 - 5}{x^2}$

$$3x = \frac{3x}{1} = \frac{3x^3}{x^2}$$

We herinneren je aan de volgende afspraak.

Afspraak

Vereenvoudig breuken zo ver mogelijk.

Haal zo mogelijk de helen uit een breuk.

Dus $\frac{2ab}{3ac} = \frac{2b}{3c}$, $\frac{2ab}{3a} = \frac{2b}{3} = \frac{2}{3}b$ en $\frac{15pq}{4q} = \frac{15p}{4} = 3\frac{3}{4}p$.



Deel teller en noemer door de gemeenschappelijke factor a .

10

Herleid tot één breuk.

a $\frac{6}{a} + \frac{3}{a}$

d $\frac{3}{2a} - \frac{2}{3a}$

g $2 + \frac{1}{x}$

b $\frac{5}{2b} - \frac{3}{2b}$

e $\frac{1}{ab} - \frac{1}{b}$

h $3a - \frac{2}{a}$

c $\frac{1}{2x} + \frac{2}{x}$

f $\frac{a}{b} - \frac{1}{a}$

i $5a - \frac{6}{a^2}$

11

Herleid.

a $\frac{3a}{6b}$

c $\frac{4ab^2}{5ab}$

e $\frac{6x^2y}{2x} + \frac{10x^3y^2}{5x^2y}$

b $\frac{10pq}{5q}$

d $\frac{20p^2q^2}{3p^2}$

f $\frac{24a^2b^2}{4a} - \frac{(3ab)^3}{a^2b}$

A12

Herleid tot één breuk.

a $\frac{1}{p} + 2p \cdot \frac{3q}{5p^2}$

c $\frac{xy}{2x^2} \cdot (y+1) - \frac{3}{x}$

e $(2a+1) \cdot \frac{5a}{2a+1} + \frac{1}{a}$

b $\frac{a}{3} : \frac{2c}{b} - \frac{a}{c}$

d $\frac{p}{2q} + \frac{p}{q} : \frac{2p^2}{3q}$

f $\frac{1}{p} \cdot \frac{2}{q} \cdot \frac{pq}{q+1} - \frac{p}{q+1}$

A13

Schrijf het rechterlid van de formule als één breuk.

$$\text{a } A = \frac{2}{x-3} - \frac{4}{3x} \quad \text{b } B = 5 - \frac{2}{p} - \frac{1}{p^2} \quad \text{c } C = \frac{6}{a} \cdot \frac{5}{a+b} : \frac{4}{a+b}$$

E14

In een vijver zwemmen rode en gele karpers. Twee vijfde van de karpers is geel, de rest is rood. Driekwart van de gele karpers is een vrouwtje. In totaal zijn er evenveel vrouwtjeskarpers als mannetjeskarpers. Welk deel van de totale karperpopulatie bestaat uit rode mannetjes?

O15

Anna, Bram en Eva doen mee aan een estafetteloop van in totaal 24 km. Ze spreken af dat ze de afstand zullen verdelen in de verhouding 1 : 2 : 3 waarbij Anna de kortste afstand loopt en Eva de langste. Ze vragen zich af hoeveel km ieder moet afleggen. Anna zegt: "Deel eerst de 24 km door 6, want $1 + 2 + 3 = 6$." Licht toe dat dit een goede aanpak is en bereken hiermee hoeveel km ieder moet afleggen.

Theorie C Verhoudingen

Jesse verdient met zijn bijbaantje € 6,50 per uur. Hierbij hoort de volgende verhoudingstabel.

aantal gewerkte uren	1	2	3	8	12
bedrag in euro's	6,50	13	19,50	52	78

Diagram showing scaling factors: from 1 to 2 (x2), from 2 to 13 (x2), from 3 to 8 (x4), from 8 to 52 (x4), from 12 to 78 (x4).

We zeggen dat de **verhouding** tussen het aantal gewerkte uren en het bedrag in euro's steeds hetzelfde is.

De verhouding 2 : 13 spreek je uit als twee staat tot dertien. Door 8 : 52 en 12 : 78 te vereenvoudigen zie je dat deze verhoudingen gelijk zijn aan 2 : 13.

Vereenvoudig een verhouding zo ver mogelijk.

In een verhoudingstabel hebben de getallen die onder elkaar staan allemaal dezelfde verhouding.

Om een bedrag van 225 euro te verdelen in de verhouding 2 : 3, maak je eerst $2 + 3 = 5$ gelijke delen. Eén deel is $\frac{1}{5} \cdot 225 = 45$ euro, dus de bedragen zijn $2 \cdot 45 = 90$ euro en $3 \cdot 45 = 135$ euro.

Ook 2 : 5 : 8 is een verhouding.

Om een bedrag van 360 euro in deze verhouding te verdelen, maak je eerst $2 + 5 + 8 = 15$ gelijke delen. Eén deel is $\frac{1}{15} \cdot 360 = 24$ euro, dus de bedragen zijn $2 \cdot 24 = 48$ euro, $5 \cdot 24 = 120$ euro en $8 \cdot 24 = 192$ euro.

De bedragen zijn ook in één keer als volgt te berekenen, namelijk $\frac{2}{15} \cdot 360 = 48$ euro, $\frac{5}{15} \cdot 360 = 120$ euro en $\frac{8}{15} \cdot 360 = 192$ euro.

Voorbeeld

Op een school komen de leerlingen uit de plaatsen A, B en C in de verhouding $8 : 7 : 5$. Er zijn 68 leerlingen meer uit B dan uit C. Hoeveel leerlingen komen uit plaats A?

Aanpak

Bedenk dat B zeven delen en C vijf delen heeft, dus B heeft twee delen meer dan C.

Uitwerking

Twee delen zijn 68 leerlingen, dus één deel is 34 leerlingen.

Het aantal leerlingen uit A is $8 \cdot 34 = 272$.

16



Bij een estafetteloop hebben Anna, Bram en Eva de afstand verdeeld in de verhouding $4 : 5 : 7$ waarbij Anna de kortste afstand loopt en Eva de langste. Eva loopt 4,5 km meer dan Anna.

Hoeveel km loopt Bram in deze estafetteloop?

17



a In Qatar wonen 47 vrouwen per 100 mannen. Qatar heeft een populatie van 2,32 miljoen inwoners.

Hoeveel vrouwen wonen er in Qatar?

b In China zijn er 6 mannen per 5 vrouwen. Het totale aantal inwoners is 1,38 miljard.

Hoeveel mannen telt China meer dan vrouwen?

18



Twee even grote flessen zijn geheel gevuld met een mengsel van water en sap. De verhouding van water en sap in de eerste fles is $2 : 1$ en in de tweede fles $4 : 1$. Beide flessen worden leeggegoten in dezelfde karaf.

Wat wordt de verhouding van water en sap in de karaf?

A19



a In een dorp is de verhouding van het aantal volwassen mannen tot het aantal volwassen vrouwen gelijk aan $2 : 3$. De verhouding van het aantal volwassen vrouwen tot het aantal kinderen is gelijk aan $6 : 1$.

Wat is de verhouding van het aantal volwassenen (mannen en vrouwen) tot het aantal kinderen?

b Olivia, Ina en Nathalie hebben 770 noten geraapt. Ze verdelen ze in de verhouding van hun leeftijden. Voor iedere 3 noten die Olivia kreeg, kreeg Ina er 4. Voor iedere 7 noten die Nathalie kreeg, kreeg Ina er 6.

Hoeveel noten kreeg de jongste?



Stuw in rivier

Stuwen worden in rivieren aangelegd om waterstromen te sturen. Er zijn vaste stuwen en er zijn regelbare stuwen. Ze worden gebruikt om het water in hoger gelegen gebieden vast te houden of juist om te voorkomen dat lager gelegen gebieden overstromen. Verder wordt met stuwen gegarandeerd dat de scheepvaart een minimale waterstand heeft. In Nederland worden stuwen ook gebruikt om water uit de Rijn via de IJssel naar het IJsselmeer te voeren.



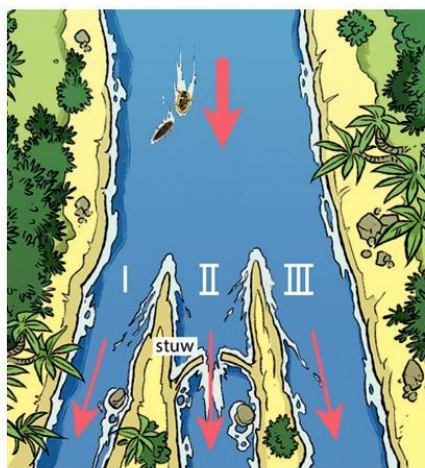
- A20** Een rivier splitst zich in drie takken, zie figuur 3.1. Bij een aanvoer van minder dan $2400 \text{ m}^3/\text{s}$ verhouden de afvoeren in de takken I, II en III zich als 3 : 4 : 5.

a Bereken de afvoeren in I, II en III als er $2340 \text{ m}^3/\text{s}$ wordt aangevoerd.

De afvoer in tak II mag niet meer zijn dan $800 \text{ m}^3/\text{s}$. Als deze afvoer meer dreigt te worden, dan zorgt de stuw in II ervoor dat de afvoer daar $800 \text{ m}^3/\text{s}$ is. De afvoeren in I en III verhouden zich dan als 3 : 5.

b Bereken de afvoeren in I, II en III als er $3000 \text{ m}^3/\text{s}$ wordt aangevoerd.

c Bereken de aanvoer als via tak III de afvoer $1500 \text{ m}^3/\text{s}$ is.



figuur 3.1

- 21** Tabel I hieronder is een verhoudingstabel. Bereken x en y .

TABEL I

12	18	y
32	x	80

In een verhoudingstabel zijn de kruisproducten gelijk.

$$\begin{array}{c|c} a & b \\ \hline c & d \end{array} \quad a \cdot d = b \cdot c$$

TABEL II

a	10	18	r
b	15	p	$r + 10$
c	25	q	s

- 22** Tabel II hierboven is een verhoudingstabel bij de verhouding $a : b : c$. Bereken p , q , r en s .

Autospuiterij Vermalen is gespecialiseerd in het opknappen van oldtimers.

Onderdeel daarvan is het aanbrengen van een laklaag met verharder en thinner. De verhouding van lak, verharder en thinner is 10 : 5 : 2. Zo ontstaat een lakmengsel dat goed te spuiten is en bovendien snel verhardt.

Om een bepaalde kleur lakmengsel te krijgen kan Vermalen eerst meerdere kleuren lak met elkaar mengen. Tot slot worden de verharder en thinner toegevoegd.



- a Een klant wil een speciale kleur groen voor zijn Cadillac Eldorado. Deze kleur groen krijg je door blauwe en gele lak te mengen in de verhouding 3 : 2. Bereken hoeveel liter gele lak Vermalen moet gebruiken om 8,5 liter lakmengsel te krijgen.
- b Voor het overspuiten van een Porsche 914 is 6,8 liter lakmengsel nodig. De kleur lak krijgt Vermalen door rood, groen en geel te mengen in de verhouding 5 : 1 : 2. Vermalen heeft nog slechts één blik met 2,5 liter rode lak in de zaak. Onderzoek of Vermalen meer rode lak moet kopen.
- c Vermalen heeft 5,1 liter lakmengsel nodig voor een Volkswagen Beetle Convertible uit 1978. Voor een bijzonder eindresultaat wil hij voor deze klus een lakmengsel met 25% minder thinner gebruiken dan normaal. Vermalen berekent dat hij dus 0,45 liter thinner nodig heeft. Laat met een berekening zien dat dit klopt en bereken hoeveel liter verharder hij nodig heeft.
- d Vermalen heeft een emmer met 2 liter paarse lak gemaakt door rode en blauwe lak te mengen in de verhouding 3 : 5. Hij heeft ook een emmer met 3 liter groene lak gemaakt door blauwe en gele lak te mengen in de verhouding 3 : 1. De klant besluit op het laatste moment dat hij zijn Citroën ID20 Break Familiale toch in één kleur wil, namelijk met rood, blauw en geel in de verhouding 3 : 7 : 2. Vermalen besluit de boel te redden door de twee emmers bij elkaar te gooien en rode en gele lak toe te voegen. Bereken hoeveel rode en hoeveel gele lak Vermalen moet toevoegen om de verhouding juist te krijgen.

A24
□ ⊗ *

In een land heeft het parlement 150 zetels. Er zijn 5 politieke partijen, die we van groot naar klein A, B, C, D en E noemen. Bij een parlamentsverkiezing stemmen de mensen in de verhouding $a : b : c : d : e$ op deze partijen.

- a** Neem aan dat de verhouding $5 : 4 : 3 : 2 : 1$ is.
Licht toe dat er dan twee mogelijkheden zijn om een meerderheid te vormen met twee partijen. Welke mogelijkheden zijn dat en hoeveel zetels horen hierbij?
- b** Hoeveel partijen zijn er minstens nodig om een meerderheid te vormen als de verhouding $10 : 9 : 8 : 7 : 6$ is? Licht je antwoord toe.
- c** Onderzoek wat de verhouding $a : b : c : d : e$ is als er steeds 5 zetels zitten tussen twee opeenvolgende partijen.
- d** De partijen A en E hebben samen een meerderheid. De verhouding $a : e$ is $16 : 1$ en de verhouding $b : c : d$ is $29 : 19 : 17$.
Hoeveel zetels heeft partij A?



Terugblik

Breuken vermenigvuldigen en delen

Voor het vermenigvuldigen en delen van breuken gebruik je de regels

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD}, \quad A \cdot \frac{B}{C} = \frac{A \cdot B}{C} = \frac{A}{C} \cdot B = A \cdot B \cdot \frac{1}{C}, \quad B \cdot \frac{A}{B} = A \text{ en}$$

$$A : \frac{B}{C} = A \cdot \frac{C}{B}.$$

Zo is

$$\frac{4}{a-1} \cdot \frac{a+2}{3} = \frac{4(a+2)}{(a-1) \cdot 3} = \frac{4a+8}{3a-3}$$

$$3x : \frac{x}{x-1} = 3x \cdot \frac{x-1}{x} = \frac{3x(x-1)}{x} = 3x-3$$

$$(2a-3) \cdot \frac{4a}{2a-3} = 4a$$

Breuken optellen en aftrekken

Gelijknamige breuken, dat zijn breuken met gelijke noemers, kun je direct optellen en aftrekken.

$$\text{Dus } \frac{A}{B} + \frac{C}{B} = \frac{A+C}{B} \text{ en } \frac{A}{B} - \frac{C}{B} = \frac{A-C}{B}.$$

Bij het optellen en aftrekken van breuken die niet gelijknamig zijn, maak je de breuken eerst gelijknamig.

$$\text{Je gebruikt de regels } \frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{AD+BC}{BD} \text{ en } \frac{A}{B} + C = \frac{A+BC}{B}.$$

Zo is

$$\frac{5}{3x} + \frac{3}{2y} = \frac{5 \cdot 2y}{6xy} + \frac{3 \cdot 3x}{6xy} = \frac{10y+9x}{6xy}$$

$$\frac{5}{3x} - \frac{3}{2x} = \frac{5 \cdot 2}{6x} - \frac{3 \cdot 3}{6x} = \frac{10-9}{6x} = \frac{1}{6x}$$

$$5 + \frac{3}{2x} = \frac{5 \cdot 2x}{2x} + \frac{3}{2x} = \frac{10x+3}{2x}$$

$$\frac{7xy}{4x} + \frac{xy}{2x} = 1\frac{3}{4}y + \frac{1}{2}y = 2\frac{1}{4}y$$

Verhoudingen

De verhouding 225 : 300 : 600 is te vereenvoudigen tot 3 : 4 : 8.

Om € 27,50 te verdelen in de verhouding 3 : 4 : 8 bereken je eerst

$3 + 4 + 8 = 15$. De verdeling is $\frac{3}{15} \cdot €27,50 = €5,50$, $\frac{4}{15} \cdot €27,50 \approx €7,33$ en $\frac{8}{15} \cdot €27,50 \approx €14,67$.

Verdelen A, B en C een bedrag in de verhouding 4 : 7 : 9 en krijgt B €45,- meer dan A, dan zijn 3 delen €45,- en is 1 deel €15,-.

A krijgt $4 \cdot 15 = €60,-$, B krijgt $7 \cdot 15 = €105,-$ en C krijgt $9 \cdot 15 = €135,-$.

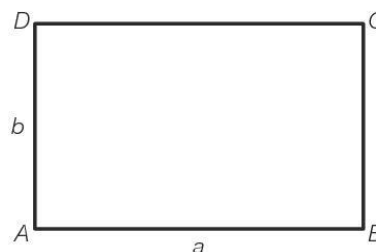
3.2 Herleiden van formules

025 In figuur 3.2 zie je de rechthoek $ABCD$ waarbij $AB > AD$.



De lengte van AB is a en de lengte van AD is b .

a Druk de oppervlakte van $ABCD$ uit in a en b .



figuur 3.2

In figuur 3.3 is de rechthoek $ABCD$ opgedeeld in het vierkant $AEFD$ en de rechthoek $EBCF$.

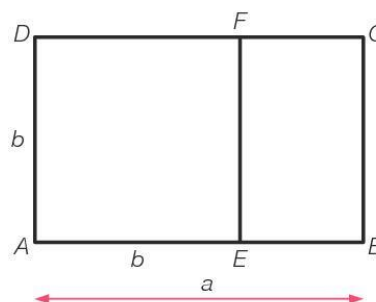
De oppervlakte van $EBCF$ is $ab - b^2$.

b Licht dit toe.

De oppervlakte van $EBCF$ is ook gelijk aan

$(a - b) \cdot b$.

c Licht dit toe en laat zien dat dit gelijk is aan $ab - b^2$ door de haakjes weg te werken.



figuur 3.3

026 Gegeven is het vierkant $ABCD$ met zijde a . Dit vierkant wordt uitgebreid met drie rechthoeken zo, dat rechthoek $AEFG$ ontstaat. Zie de figuur hiernaast. De lengte van BE is b en de lengte van DG is c . De oppervlakte van $AEFG$ is gelijk aan $a^2 + ab + ac + bc$.

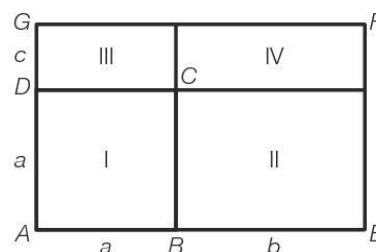


a Licht dit toe.

De oppervlakte van $AEFG$ is ook gelijk aan

$(a + b)(a + c)$.

b Licht dit toe en laat zien dat dit gelijk is aan $a^2 + ab + ac + bc$ door de haakjes weg te werken.



figuur 3.4

Theorie A Haakjes wegwerken

Voor het wegwerken van haakjes ken je de volgende regels.

Haakjes wegwerken

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= (a + b)(a + b) \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$

De laatste drie regels staan bekend onder de naam **merkwaardige producten**. Met behulp van de merkwaardige producten kun je in één keer opschrijven

$$(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9 \quad -6x \text{ is het dubbelproduct van } x \text{ en } -3, \text{ dus } 2 \cdot x \cdot -3$$

en

$$(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9.$$

Voorbeeld

Werk de haakjes weg en herleid.

a $6(x - 4)^2 - 50(2x - 1)$

b $(2a - 1)^2 + 4(a - 1)$

c $15 - 2x(3x - 1)^2$

Uitwerking

a $6(x - 4)^2 - 50(2x - 1) = 6(x^2 - 8x + 16) - 100x + 50 =$
 $6x^2 - 48x + 96 - 100x + 50 = 6x^2 - 148x + 146$

b $(2a - 1)^2 + 4(a - 1) = 4a^2 - 4a + 1 + 4a - 4 = 4a^2 - 3$

c $15 - 2x(3x - 1)^2 = 15 - 2x(9x^2 - 6x + 1) = 15 - 18x^3 + 12x^2 - 2x =$
 $-18x^3 + 12x^2 - 2x + 15$

27



Werk de haakjes weg en herleid.

a $3(x - 5)^2 - 10(x + 1)$

b $(4a - 1)^2 + 4(2a + 1)$

c $20x - (x - 10)^2$

d $(6 - 2a)(3a + 1) - 3a(a - 4)$

28



a Toon aan dat $(3 - 2x)^2 - 4(x - 2)^2$ te herleiden is tot $4x - 7$.

b Toon aan dat $(6 - a)(2a - 1) + 3a(a - 2)$ te herleiden is tot $a^2 + 7a - 6$.

c De formule $A = 0,15 \cdot \frac{x}{0,375} \cdot (x - 2)$ is te herleiden tot de vorm $A = ax^2 + bx$.
 Bereken a en b .

Aantonen dat

Het geven van een redenering of berekening waaruit de juistheid van het gestelde blijkt. Uit de uitwerking moet blijken welke stappen zijn gezet.

E29*****

- a** Bereken $9 \cdot 9 - 10 \cdot 8$, $10 \cdot 10 - 11 \cdot 9$ en $11 \cdot 11 - 12 \cdot 10$.

Je kunt je afvragen of dit rijtje kan worden voortgezet met steeds dezelfde uitkomst.

- b** Wat hoort op de puntjes te staan bij $25 \cdot 25 - \dots$?

Alle berekeningen in het rijtje zijn van de vorm $a^2 - (a+1)(a-1)$.

- c** Licht dit toe.

- d** Werk bij $a^2 - (a+1)(a-1)$ de haakjes weg en herleid. Heb je hiermee aangetoond dat het rijtje kan worden voortgezet met steeds dezelfde uitkomst?

Bekijk nu het rijtje $9 \cdot 9 - 11 \cdot 7$, $10 \cdot 10 - 12 \cdot 8$, $11 \cdot 11 - 13 \cdot 9$, ...

- e** Toon aan dat dit rijtje kan worden voortgezet met steeds dezelfde uitkomst.

- f** Bedenk zelf een soortgelijk rijtje en toon aan dat dat rijtje kan worden voortgezet met steeds dezelfde uitkomst.

A30**□ ⊗ ***

- a** Werk bij $(2x-3)^2 - (4x-1)(3x+1)$ de haakjes weg en herleid.

- b** De formule $B = 0,018 \cdot \frac{p}{0,072} \cdot (2q-5)$ is te herleiden tot de vorm

$$B = apq + bp.$$

Bereken a en b .

- c** De formule $C = 1,8 \cdot \frac{x+4}{2} : \frac{3}{x-1}$ is te herleiden tot de vorm

$$C = ax^2 + bx + c.$$

Bereken a en b en c .

A31**□ ⊗ ***

Bij de productie van bureaulampen gebruikt de fabrikant voor de opbrengst per dag de formule $R = (-0,05q + 20)q$. Hierin is q de dagproductie en R de dagopbrengst in euro's. De prijs van een bureaulamp wordt gegeven door de formule $p = -0,05q + 20$. De fabrikant heeft ook met kosten te maken. De kosten per dag in euro's worden gegeven door de formule $K = 2q + 500$.

In deze formules ligt q tussen 0 en 400.

- a** Bereken de opbrengst per dag bij een productie van 150 bureaulampen. Wat zijn dan de kosten voor de fabrikant en hoeveel kost dan een bureaulamp?

De opbrengst min de kosten geeft de winst, dus de formule van de dagelijkse winst W in euro's is $W = R - K$.

- b** Schrijf de formule van W in de vorm $W = aq^2 + bq + c$.

- c** Bereken hoeveel procent de winst toeneemt als de dagproductie toeneemt van 160 naar 175 stuks.

- d** Bij welke dagopbrengst is de winst maximaal? Hoeveel is dan de winst? Wat kost dan een bureaulamp?

032



De familie De Jong, bestaande uit twee volwassenen en drie kinderen, bezoekt de vakantiebeurs. Voor kinderen geldt een speciaal tarief. De vijf toegangskarten kosten samen 45 euro.

a Noem enkele mogelijkheden voor de prijs van een toegangkaart van een kind en van een volwassene.

b Stel dat een kaartje voor een kind x euro kost en voor een volwassene y euro.

Vul in: tussen x en y bestaat het verband $3x + 2y = \dots$

c Er is bovendien gegeven dat een volwassene drie keer zoveel betaalt als een kind.

Zoek eens uit hoeveel de kaartjes per stuk kosten.

Theorie B Lineaire vergelijkingen met twee variabelen

In opgave 32 heb je de formule $3x + 2y = 45$ opgesteld. Deze formule is te schrijven in de vorm $y = ax + b$.

Dat gaat als volgt.

$$3x + 2y = 45$$

Breng $3x$ naar rechts.

$$2y = -3x + 45$$

Deel alle termen door 2.

$$y = -1\frac{1}{2}x + 22\frac{1}{2}$$

Hiermee is y uitgedrukt in x . We zeggen ook dat y is **vrijgemaakt** of dat **y als functie van x is geschreven**.

Je ziet dat er een lineair verband bestaat tussen x en y . De grafiek van $3x + 2y = 45$ is dus een rechte lijn.

De formule $3x + 2y = 45$ is een voorbeeld van een **lineaire vergelijking met twee variabelen**. Andere lineaire vergelijkingen met twee variabelen zijn $3x - 2y = 12$ en $5p - 2q = 20$.

De algemene vorm van een lineaire vergelijking met de variabelen x en y is $ax + by = c$. De grafiek is een rechte lijn.

Ook $y = x + 8$ is een lineaire vergelijking met de variabelen x en y .

Immers $y = x + 8$ is te schrijven als $-x + y = 8$.

Om de grafiek van $2x - 3y = 6$ te tekenen, is het niet nodig om y vrij te maken. Het is voldoende om de coördinaten van twee punten te berekenen.

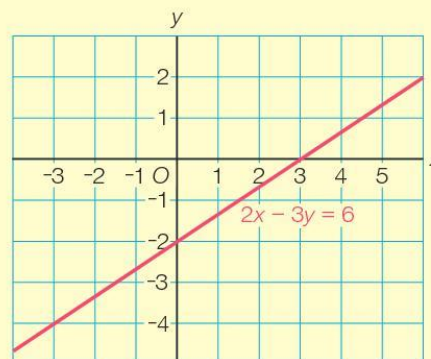
$x = 0$ geeft $-3y = 6$, dus $y = -2$.

$y = 0$ geeft $2x = 6$, dus $x = 3$.

Zo krijg je de tabel

x	0	3
y	-2	0

De lijn zie je in figuur 3.5.



figuur 3.5

Voorbeeld

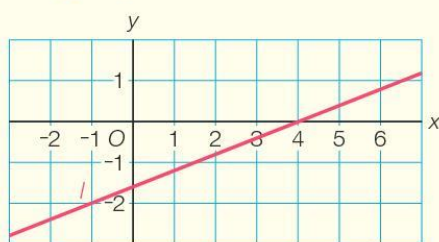
Gegeven is de lijn l : $2x - 5y = 8$.

- a Teken l .
- b Bereken rc_l .
- c Het punt $A(28, a)$ ligt op l .
Bereken a .

Uitwerking

a

x	-1	4
y	-2	0



- b $2x - 5y = 8$ **Maak y vrij.**
 $-5y = -2x + 8$
 $y = \frac{2}{5}x - 1\frac{3}{5}$
Dus $rc_l = \frac{2}{5}$.
- c $A(28, a)$ op l : $2x - 5y = 8$ geeft $2 \cdot 28 - 5a = 8$
 $56 - 5a = 8$
 $-5a = -48$
 $a = 9\frac{3}{5}$

R33 Zoals je weet is de grafiek van $ax + by = c$ een lijn.

- a** Wat voor bijzondere lijn krijg je als $a = 0$ en $b \neq 0$?
b Wat voor bijzondere lijn krijg je als $a \neq 0$ en $b = 0$?

34

- a** Maak y vrij bij $15x + 12y = 2520$.
b Druk p uit in q bij $3p - 2q = 16\frac{1}{2}$.
c Maak b vrij bij $5a - 2b = 16$.
d Maak y vrij bij $2(x - 3) + 5y = 14$.
e Druk x uit in y bij $2(x - 3) + 5y = 14$.

A35

- a** Gegeven is $3(x - 6) + \frac{1}{4}(2y + 5) = 20$.
Schrijf de formule in de vorm $y = ax + b$.
b Gegeven is $2(T + 8) + 3(2A + 8) = 120$.
Maak T vrij.
c Gegeven is $3(\frac{2}{3}L - 9) + 4K = 6(2 - L)$.
Druk L uit in K .
d Gegeven is $\frac{1}{3}(p - 6) + 4(q - 7) = 59$.
Schrijf p als functie van q .

36 Gegeven zijn de lijnen $l: 3x - y = 6$, $m: x + y = 1$, $n: x - y = 0$ en $p: x + 2y = 4$.

- a Teken in één figuur de lijnen l , m , n en p .
- b Bereken van elk van deze lijnen de richtingscoëfficiënt.

37 Gegeven is de lijn $l: 4x - 3y = 24$.

- a Bereken de coördinaten van de snijpunten van l met de assen en teken l .
- b Onderzoek welke van de punten $A(8, 3)$, $B(18, 16)$ en $C(-30, -48)$ op l liggen.
- c Het punt $D(16, p)$ ligt op l . Bereken p .
- d Het punt $E(q, 48)$ ligt op l . Bereken q .

38 Gegeven zijn de lijnen $l: 3x - 4y = 7$ en $m: 3x - 4y = -8$.

- a Bereken rc_l en rc_m .
- b Waarom zijn alle lijnen van de vorm $3x - 4y = c$ evenwijdig?
- c Voor welke waarde van c ligt het punt $A(5, 1)$ op de lijn $3x - 4y = c$?
- d De lijn k gaat door het punt $B(3, -1)$ en is evenwijdig met l . Stel van k een vergelijking op van de vorm $ax + by = c$.

A39 Gegeven is de lijn $m: 3x - 8y = 36$.

- a Bereken rc_m .
- b Lijn m snijdt de y -as in het punt A . Bereken de coördinaten van A .
- c Het punt $B(-10, p)$ ligt op m . Bereken p .
- d Het punt $C(q, 9)$ ligt op m . Bereken q .
- e De lijn n gaat door het punt $D(5, 1)$ en is evenwijdig met de lijn m . Stel van n een vergelijking op van de vorm $ax + by = c$.

E40 René koopt voor precies 10 euro aan fruit. Hij koopt een aantal appels van 40 cent per stuk, driemaal zoveel peren van 50 cent per stuk en met het geld dat hij nog over heeft bananen van 80 cent per stuk. Hoeveel stuks fruit kocht René?

Terugblik

Haakjes wegwerken

Bij het wegwerken van haakjes gebruik je de volgende regels.

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Zo is $(2x - 3)(4x - 1) = 8x^2 - 2x - 12x + 3 = 8x^2 - 14x + 3$ en

$$5x^2 - (2x + 1)^2 = 5x^2 - (4x^2 + 4x + 1) = 5x^2 - 4x^2 - 4x - 1 = x^2 - 4x - 1.$$

Variabelen vrijmaken

Bij $2x - 3y = 6$ kun je y vrijmaken.

Je krijgt $2x - 3y = 6$

$$-3y = -2x + 6$$

$$y = \frac{2}{3}x - 2$$

Hiermee is de formule geschreven in de vorm $y = ax + b$.

We zeggen ook wel dat y is uitgedrukt in x of dat y als functie van x is geschreven.

Om bij $2(3x - 1) - 4(2y - 5) = 16$ de variabele y vrij te maken ga je als volgt te werk.

$$2(3x - 1) - 4(2y - 5) = 16$$

$$6x - 2 - 8y + 20 = 16$$

$$-8y = -6x - 2$$

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$$

Lineaire vergelijkingen met twee variabelen

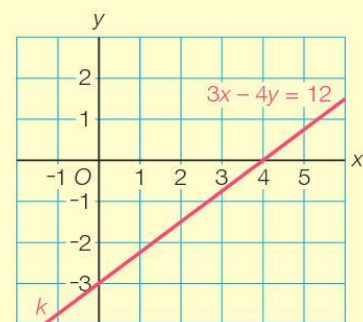
De algemene vorm van een lineaire vergelijking met de variabelen x en y is $ax + by = c$.

De grafiek van $ax + by = c$ is een rechte lijn.

Om de lijn k : $3x - 4y = 12$ te tekenen, maak je eerst een tabel met twee (rooster)punten.

Je krijgt bijvoorbeeld

x	0	4
y	-3	0



Dus de lijn gaat door de punten $(0, -3)$ en $(4, 0)$.

Het punt $A(12, 6)$ ligt op k : $3x - 4y = 12$, want $3 \cdot 12 - 4 \cdot 6 = 12$ en dat klopt.

Is de lijn l evenwijdig met de lijn k , dan is de vergelijking van l van de vorm $3x - 4y = c$. Ligt het punt $B(5, -2)$ op l , dan is $c = 3 \cdot 5 - 4 \cdot -2 = 23$, dus l : $3x - 4y = 23$.

3.3 Procentberekeningen en de wetenschappelijke notatie



Tussen 2000 en 2018 is het aantal inwoners van de gemeente Amsterdam toegenomen van 731 duizend naar 854 duizend. In dezelfde periode is het aantal inwoners van de gemeente Utrecht gegroeid van 234 duizend naar 348 duizend.

Volgens Maud is in deze periode het aantal inwoners van Amsterdam meer toegenomen dan dat van Utrecht.

Volgens Pepijn is in deze periode het aantal inwoners van Utrecht juist het meest toegenomen.

Licht toe dat beide beweringen te verdedigen zijn.

Theorie A Procentberekeningen

Bij het vergelijken van gegevens krijg je vaak te maken met vragen als

- In welke periode is de toename het grootst?
- Wat is het sterkst toegenomen?

Je onderscheidt hierbij **absolute** en **relatieve** veranderingen.

Bij veranderingen in aantallen gaat het om absolute veranderingen.

Bij veranderingen in procenten gaat het om relatieve veranderingen.

Hieronder staan zeven soorten vragen die je kunt tegenkomen bij procentberekeningen.

1 Hoeveel is 11,8% van 580?

11,8% van 580 is $0,118 \cdot 580 = 68,44$.

2 Hoeveel procent is 23 van 78?

23 van 78 is $\frac{23}{78} \times 100\% \approx 29,5\%$.

3 Een hoeveelheid neemt toe van 35 tot 47.

Hoeveel procent is de toename?

De procentuele toename is $\frac{47 - 35}{35} \times 100\% \approx 34,3\%$.

De procentuele verandering is $\frac{\text{NIEUW} - \text{OUD}}{\text{OUD}} \times 100\%$.

4 Een hoeveelheid van 250 neemt met 8% toe.

Hoeveel is de nieuwe hoeveelheid?

$\text{NIEUW} = 1,08 \times \text{OUD}$, dus $\text{NIEUW} = 1,08 \cdot 250 = 270$.

5 Een hoeveelheid van 1800 neemt met 11% af.

Hoeveel is de nieuwe hoeveelheid?

$\text{NIEUW} = 0,89 \times \text{OUD}$, dus $\text{NIEUW} = 0,89 \cdot 1800 = 1602$.

6 Een hoeveelheid neemt met 12% toe tot 1456.

Hoeveel was de oorspronkelijke hoeveelheid?

$$\text{NIEUW} = 1,12 \times \text{OUD} \text{ en } \text{NIEUW} = 1456$$

$$\text{Dus } 1,12 \times \text{OUD} = 1456. \text{ Je krijgt } \text{OUD} = \frac{1456}{1,12} = 1300.$$

7 Een hoeveelheid van 290 is 58% van het totaal.

Hoeveel is het totaal?

$$58\% \text{ van het totaal is } 290, \text{ dus } 0,58 \times \text{totaal} = 290.$$

$$\text{Dus totaal} = \frac{290}{0,58} = 500.$$

Voorbeeld

Het aantal werkenden in de jeugdzorg nam in de periode 2012-2018 met 12,6% af tot 28 400.

Bereken het aantal werkenden in de jeugdzorg in 2012.

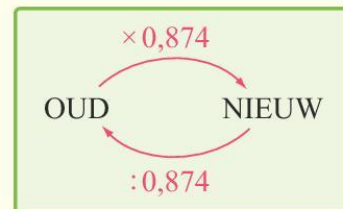
Aanpak

$$100\% - 12,6\% = 87,4\% \text{ dus } \text{NIEUW} = 0,874 \times \text{OUD}$$

$$\text{en dit geeft } \text{OUD} = \frac{\text{NIEUW}}{0,874}.$$

Uitwerking

$$\text{Het aantal is } \frac{28\,400}{0,874} \approx 32\,500.$$



Je ziet dat het aantal werkenden in de jeugdzorg is gegeven in honderdtallen. Daarom is ook het antwoord in honderdtallen gegeven. Bij veel opdrachten is vermeld hoe nauwkeurig je het antwoord moet geven. Staat er geen informatie over de vereiste nauwkeurigheid, dan houd je je bij procentberekeningen aan de volgende vuistregels.

Vuistregels voor afronden

- Geef NIEUW en OUD in dezelfde nauwkeurigheid.
- Geef percentages in één decimaal nauwkeurig.

Let wel, dit zijn slechts vuistregels die je niet klakkeloos moet toepassen. Ga altijd na of de nauwkeurigheid van je antwoord past bij het gegeven probleem.

42

- a Hoeveel is 0,3% van 8700?
- b Een hoeveelheid van 3,2 miljoen neemt met 8,7% af. Hoeveel krijg je?
- c Een hoeveelheid neemt toe van 160 tot 180. Hoeveel procent is de toename?
- d Een hoeveelheid neemt met 7,9% toe tot 1280. Hoeveel was de oorspronkelijke hoeveelheid?
- e Hoeveel procent is 57 van 121?
- f Een hoeveelheid van 8,3 miljoen is 12,6% van het totaal. Hoeveel is het totaal?
- g Een hoeveelheid van 12 580 neemt met 2,3% toe. Hoeveel is de nieuwe hoeveelheid?

43

- a Een koffiezetapparaat wordt met 25% korting verkocht voor 81 euro. Wat was de oorspronkelijke prijs?
- b Inclusief 21% btw kost een fiets 552 euro. Hoeveel kost de fiets zonder btw?
- c In 2017 was de gemiddelde CO₂-uitstoot van personenauto's 109 gram CO₂ per km. Dat was 34% minder dan in 2007. Wat was de gemiddelde CO₂-uitstoot van personenauto's in 2007?

44

Zie de tabel over het aantal elektrische personenauto's op 1 januari in Nederland.

- a Bij welk type is de relatieve toename het grootst?
- b Hoeveel procent van het totale aantal elektrische personenauto's was in 2015 volledig elektrisch?
- c Het totale aantal personenauto's in Nederland was 8,4 miljoen in 2018. Hoeveel procent van de personenauto's was elektrisch?
- d In 2015 was slechts 2,1% van de personenauto's elektrisch. Bereken het totale aantal personenauto's in 2015.
- e In 2018 was het aantal plug-in hybride personenauto's 1,6% meer dan in 2017. Hoeveel plug-in hybride personenauto's waren er in 2017?

ELEKTRISCHE PERSONENAUTO'S IN NEDERLAND

type	2015	2018
volledig elektrisch	7400	21 800
hybride	111 800	152 000
plug-in hybride	36 800	97 300
totaal	156 000	271 100



45



Zie de tabel over het aantal vwo-leerlingen per profiel.

- Met hoeveel procent is het aantal leerlingen met een NT-profiel in deze periode toegenomen?
- Het aantal leerlingen met een NG-profiel is in deze periode met 15,4% toegenomen. Hoeveel leerlingen hadden in 2017 een NG-profiel?
- Het aantal leerlingen met een EM-profiel nam in deze periode met 2,5% toe. Hoeveel leerlingen hadden dit profiel in 2012?
- Het aantal leerlingen met een CM-profiel nam met 2600 af. Dat is een afname van 21,3%. Hoeveel CM-leerlingen waren er in 2017?

LEERLINGEN VWO 4, 5 EN 6 PER PROFIEL

	2012	2017
NT	21 400	27 000
NG	26 600	
EM		32 500
CM		



A46

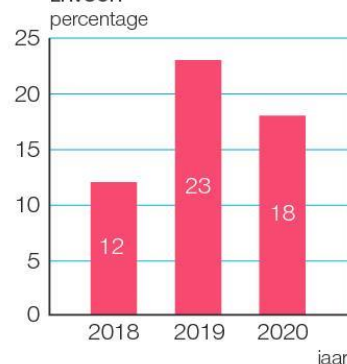


De volgende vragen gaan over de gemeenteraadsverkiezingen in de stad Utrecht in 2018. In totaal brachten 157 822 mensen hun stem uit. Rond in deze opgave aantallen af op honderdtallen.

- De PvdA behaalde 6,2% van de stemmen. Hoeveel stemmen zijn dat?
- GroenLinks werd de grootste partij. Vergeleken met de gemeenteraadsverkiezingen in 2014 haalden ze 54,0% meer stemmen. In 2014 stemden er 23 531 mensen op GroenLinks. Hoeveel mensen stemden in 2018 op GroenLinks?
- Ook de VVD boekte winst. Er stemden 20 522 mensen op deze partij. Dat is maar liefst 35,7% meer dan in 2014. Hoeveel mensen stemden in 2014 op de VVD?
- Er stemden 8428 mensen op het CDA. Hoeveel procent van de stemmen kreeg het CDA?
- In 2014 was D66 nog de grootste partij in Utrecht. Toen stemden 36 829 mensen op deze partij. In 2018 waren dat er 4094 minder. Met hoeveel procent is het aantal D66-stemmen afgenomen in 2018 vergeleken met 2014?
- Het opkomstpercentage in Utrecht was 59,0%. Hoeveel stemgerechtigden telde Utrecht in 2018?
- Vergeleken met 2014 leverde de SP stemmen in. In 2014 stemden 13 223 mensen op de SP. In 2018 waren dat er 51,5% minder. Hoeveel mensen stemden in 2018 op de SP?
- Vergeleken met 2014 stemden er 1053 meer mensen op de ChristenUnie (CU). Dat komt neer op een toename van 19,5%. Hoeveel mensen stemden in 2018 op de CU?

- A47** Een firma maakte in 2017 een winst van 8 miljoen euro.
 In het staafdiagram in figuur 3.6 zie je de winstontwikkeling in de daaropvolgende jaren. Met hoeveel procent is de winst toegenomen in de periode 2017-2020?

TOENAME VAN DE WINST IN
 PROCENTEN T.O.V. HET JAAR
 ERVOOR



figuur 3.6

- A48** In 2017 waren er in een stad 240 geboorten.
 In 2018 waren dat er 324.
 Neem aan dat de procentuele toename elk jaar hetzelfde is.
- Hoeveel geboorten waren er in 2019?
 - Hoeveel geboorten waren er in 2016?

- R49** Bij procentberekeningen is een fout snel gemaakt.
 Voor de hand liggende conclusies blijken vaak niet te kloppen. Wat is er mis bij de volgende uitspraken?
- In 2018 was de winst van een bedrijf 15% meer dan in 2017 en in 2019 was de winst zelfs 25% meer dan in 2018. Dus de winst in 2019 was 40% meer dan in 2017.
 - Een bedrag eerst met 15% verhogen en daarna het verkregen bedrag met 15% verlagen levert het oorspronkelijke bedrag op.
 - Van de jongens heeft 40% een onvoldoende en van de meisjes 20%. Dus 30% van de klas heeft een onvoldoende.

- E50**
- Tijdens de drie zomermaanden is een hotel voor 88% bezet, de andere maanden voor slechts 40%. Voor hoeveel procent is het hotel het hele jaar gemiddeld bezet?
 - In een vat zit 30 liter meer als het voor 30% leeg is dan wanneer het voor 30% vol is. Hoeveel liter zit er in het vat als het vol is?
 - Een dorstige kameel bestaat voor 84% van zijn gewicht uit water. Nadat hij zijn dorst heeft gelest, weegt hij 800 kg en bestaat voor 85% uit water. Hoeveel woog hij voordat hij begon te drinken?



- E51**
- Een hoeveelheid H neemt 10 jaar achter elkaar met 2,5% toe. Voor de hoeveelheid H_{nieuw} na 10 jaar geldt $H_{\text{nieuw}} = a \cdot H$. Bereken a . Rond af op twee decimalen.
 - Bij een groei van 6% per jaar duurt het t jaar totdat een hoeveelheid H is verdubbeld. Bereken t in jaren nauwkeurig.

052


Eind 2017 was de gemiddelde hypotheekschuld van de 17,2 miljoen Nederlanders 39 000 euro per persoon. Dat betekent dat de totale hypotheekschuld ongeveer 671 miljard euro was. Zie de berekening op het GR-scherm hiernaast.
 Licht toe dat de uitkomst $6.708\text{E}11$ inderdaad overeenkomt met ongeveer 671 miljard.



Theorie B De wetenschappelijke notatie

Bij berekeningen met een hele grote of kleine uitkomst geeft de GR het antwoord in de **wetenschappelijke notatie**. Hiervan heb je in opgave 52 een voorbeeld gezien.

Geef de GR bij de berekening van 80^6 als antwoord $2.62144\text{E}11$, dan betekent dit $2,62144 \cdot 10^{11}$. Om dit antwoord in de gewone notatie te schrijven, verschuif je de komma 11 plaatsen naar rechts.

Dus $80^6 = 262\,144\,000\,000$, oftewel 262,144 miljard.

Je kunt ook schrijven

$$2,62144 \cdot 10^{11} = 262,144 \cdot 10^9$$

exponent 2 lager
 ↓
 komma 2 plaatsen naar rechts
 ↑

dus ruim 262 miljard.

$10^3 = 1000$	duizend
$10^6 = 1\,000\,000$	miljoen
$10^9 = 1\,000\,000\,000$	miljard

Geef de GR bij de berekening van $0,08^6$ als antwoord $2.62144\text{E}-7$, dan betekent dit $2,62144 \cdot 10^{-7}$.

Schrijf je dit getal in de gewone notatie, dan krijg je

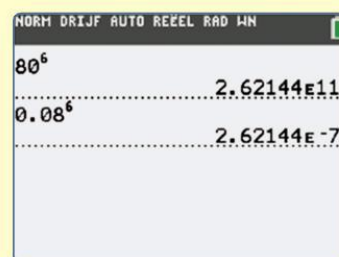
0,000 000 262 144.

↑
 komma 7 plaatsen naar links

Merk op dat 0,000 000 262 144 met 7 nullen begint.

En zo is $0,000032 = 3,2 \cdot 10^{-5}$.

5 nullen, dus 10^{-5}



In de wetenschappelijke notatie staat een getal in de vorm $a \cdot 10^b$. Hierin is a een getal tussen 1 en 10.

Voorbeeld

Schrijf de volgende getallen in de wetenschappelijke notatie.

- a $25,2 \cdot 10^8$
- b 685 miljoen
- c 0,00023
- d $0,052 \cdot 10^{-6}$

Uitwerking

- a $25,2 \cdot 10^8 = 2,52 \cdot 10^9$ De komma 1 plaats naar links, dus de exponent plus 1.
- b 685 miljoen = $685 \cdot 10^6 = 6,85 \cdot 10^8$
- c $0,00023 = 2,3 \cdot 10^{-4}$ Vier nullen, dus 10^{-4} .
- d $0,052 \cdot 10^{-6} = 5,2 \cdot 10^{-8}$ De komma 2 plaatsen naar rechts, dus de exponent min 2.

53

Schrijf de volgende getallen in de wetenschappelijke notatie.

- a 432 miljard
- b 0,0061
- c $126 \cdot 10^4$
- d $0,0048 \cdot 10^{-8}$

54

Bereken en schrijf het antwoord in de wetenschappelijke notatie.

Rond zo nodig af op twee decimalen.

- a $0,03^7$
- b $\left(\frac{1}{12}\right)^4$
- c 225^6
- d $\left(\frac{2}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^2$
- e $\frac{2}{13}$ deel van een miljard
- f $\frac{14}{3 \cdot 10^5}$

55

Bereken. Schrijf het antwoord in de wetenschappelijke notatie.

- a $3,5 \cdot 10^6 \times 0,4 \cdot 10^4$
- b $1200 \cdot 55\,000$
- c $12,5 \text{ miljoen} \times 460\,000$
- d $0,018 \times 5 \cdot 10^{-6}$
- e $\frac{1,5 \text{ duizend}}{3 \text{ miljard}}$
- f $0,8^{12} \cdot 2,5^{20}$

Op de TI voer je een getal in de wetenschappelijke notatie in met EE, op de Casio met EXP of $\times 10^x$ en op de HP met EEX.

56

Schrijf de getallen 84,5 miljard en 0,00075 in de wetenschappelijke notatie.

- b Bereken $0,04^8$ en 215^6 en schrijf de antwoorden in de wetenschappelijke notatie. Rond af op twee decimalen.
- c Bereken $\left(\frac{2}{9}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{11}\right)^3$ en schrijf het antwoord in de wetenschappelijke notatie. Rond af op twee decimalen.
- d Bereken $1500 \times 6,2 \cdot 10^4$ en $\frac{18 \text{ miljoen}}{2,4 \text{ miljard}}$ en schrijf de antwoorden in de wetenschappelijke notatie.

A57

Schrijf de antwoorden in de wetenschappelijke notatie.

- a** De 7,8 miljoen Nederlandse huishoudens hebben een gemiddeld spaartegoed van 44 500 euro.
Hoeveel euro is het totale spaartegoed van alle Nederlandse huishoudens?
- b** De kans om in de Staatsloterij de jackpot te winnen is vier op de 25 miljard.
Bereken deze kans.

A58

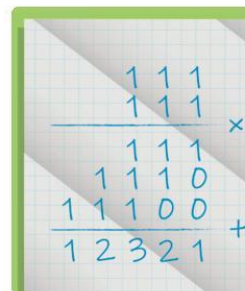
Schrijf de antwoorden in de wetenschappelijke notatie. Rond zo nodig af op twee decimalen.

- a** Op aarde is er voor elk van de 7,7 miljard mensen ongeveer 180 miljoen m^3 water aanwezig.
Hoeveel m^3 water is er ongeveer op aarde aanwezig?
- b** Van een medicijn is direct na toediening 5 mg in het bloed aanwezig. De hoeveelheid medicijn neemt per uur met 40% af. Dat betekent dat er na twee uur nog $5 \cdot 0,6^2 = 1,8$ mg van het medicijn in het bloed aanwezig is.
Hoeveel mg is er na 24 uur nog in het bloed aanwezig?

E59

Schrijf in deze opgave de antwoorden niet in de wetenschappelijke notatie.

- a** Bereken 1111^2 en 11111^2 . Welke regelmaat zie je?
- b** Gebruik de regelmaat die je bij a hebt gevonden om 111111^2 (6 enen) en 1111111111^2 (10 enen) te berekenen.



Terugblik

Absolute en relatieve veranderingen

Een verandering in aantallen is een absolute verandering.

Een verandering in procenten is een relatieve verandering.

$$\text{procentuele verandering} = \frac{\text{NIEUW} - \text{OUD}}{\text{OUD}} \times 100\%$$

Procentberekeningen

gegeven	vraag	berekening
5,8% van 50	Hoeveel is dat?	Dat is $0,058 \cdot 50 = 2,9$.
18 van 50	Hoeveel procent is dat?	Dat is $\frac{18}{50} \times 100\% = 36\%$.
een toename van 60 naar 80	Hoeveel is de toename in procenten?	De toename is $\frac{80 - 60}{60} \times 100\% \approx 33,3\%$.
een afname van 80 naar 60	Hoeveel is de afname in procenten?	$\frac{60 - 80}{80} \times 100\% = -25\%$ De afname is 25%.
60 neemt toe met 18%	Hoeveel krijg je?	NIEUW = $1,18 \times \text{OUD}$ NIEUW = $1,18 \cdot 60 = 70,8$
80 neemt af met 18%	Hoeveel krijg je?	NIEUW = $0,82 \times \text{OUD}$ NIEUW = $0,82 \cdot 80 = 65,6$
een toename met 18% geeft 80	Hoeveel had je?	NIEUW = $1,18 \times \text{OUD}$ $\text{OUD} = \frac{80}{1,18} \approx 67,8$
een afname met 18% geeft 60	Hoeveel had je?	NIEUW = $0,82 \times \text{OUD}$ $\text{OUD} = \frac{60}{0,82} \approx 73,2$

De wetenschappelijke notatie

In de wetenschappelijke notatie staat een getal in de vorm $a \cdot 10^b$, waarbij a een getal tussen 1 en 10 is.

Een antwoord als $1,72\text{E}11$ op de GR betekent $1,72 \cdot 10^{11}$. In de gewone notatie is dit 172 000 000 000, dus 172 miljard. De komma is 11 plaatsen naar rechts verschoven.

En $8,1\text{E}-11$ betekent $8,1 \cdot 10^{-11}$. In de gewone notatie is dit 0,000 000 000 081. De komma is 11 plaatsen naar links verschoven en dat betekent dat in de gewone notatie het getal met 11 nullen begint.

3.4 Rekenen met eenheden



Je weet dat 1 hectometer = 100 meter. Notatie 1 hm = 100 m.

Een vierkante hectometer is dus $100 \cdot 100 = 10\,000$ vierkante meter.

Een vierkante hectometer wordt ook wel hectare genoemd.

Notatie 1 ha = $1\text{ hm}^2 = 10\,000\text{ m}^2$.

Het weiland van boer Aart is 300 bij 420 meter.

Hoeveel hectare is dat?

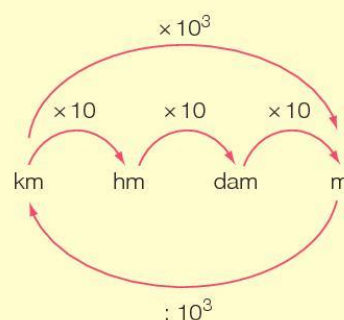
Theorie A Lengte, oppervlakte en inhoud

Je weet dat 1 km = 10 hm en 1 hm = 100 meter.

Dit kun je zien in het schema hiernaast.

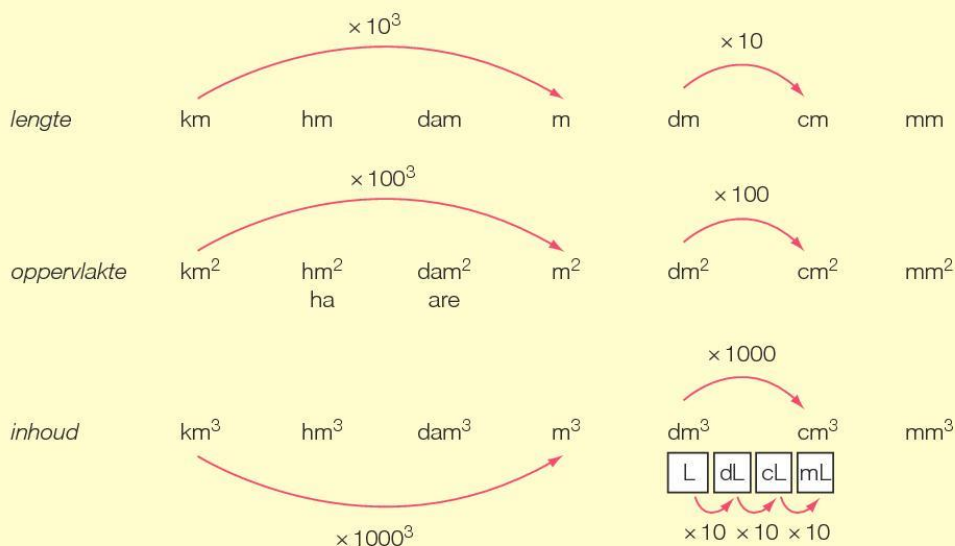
Merk op dat 1 km = 1000 meter = 10^3 meter en

dus ook 1 meter = $\frac{1}{1000}\text{ km} = \frac{1}{10^3}\text{ km}$.



Hoe je oppervlaktematen en inhoudsmaten omrekent zie je in het schema hieronder. Bij het omrekenen van km^2 naar m^2 gebruik je

$1\text{ km}^2 = 100 \cdot 100 \cdot 100\text{ m}^2 = 100^3\text{ m}^2$ en dus ook $1\text{ m}^2 = \frac{1}{100^3}\text{ km}^2$.



Voorbeeld

Bij een aanvaring met een olietanker komt een flinke hoeveelheid olie in zee terecht. Er vormt zich over een oppervlakte van 150 km^2 een laag olie met een dikte van $0,02 \text{ mm}$.

Bereken hoeveel liter olie in zee is gestroomd.

Aanpak

Omdat $1 \text{ liter} = 1 \text{ dm}^3$ reken je km^2 om naar dm^2 en mm naar dm .

Uitwerking

$$150 \text{ km}^2 = 150 \cdot 100^4 \text{ dm}^2 = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ dm}^2 \text{ en}$$

$$0,02 \text{ mm} = \frac{0,02}{10^2} \text{ dm} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ dm}$$

$$\text{Dus } 1,5 \cdot 10^{10} \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 3000000 \text{ dm}^3 = 3 \text{ miljoen liter.}$$



R61

Zie het voorbeeld.



a Licht toe dat $150 \text{ km}^2 = 150 \cdot 100^4 \text{ dm}^2$ en dat $0,02 \text{ mm} = \frac{0,02}{10^2} \text{ dm}$.

In de theorie staat dat $1 \text{ km}^2 = 100 \cdot 100 \cdot 100 \text{ m}^2 = 100^3 \text{ m}^2$.

Jos zegt: omdat $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$ is $1 \text{ km}^2 = 1000^2 \text{ m}^2$.

b Reken na dat 100^3 hetzelfde is als 1000^2 .

c Licht de aanpak van Jos toe.

d Bereken op de manier van Jos hoeveel m^2 overeenkomt met 5 km^2 .

62

Vul in.



a $52 \text{ hm} = \dots \text{ m}$

e $1,45 \cdot 10^{-8} \text{ km}^3 = \dots \text{ m}^3$

b $3,4 \cdot 10^7 \text{ mm} = \dots \text{ km}$

f $5045 \text{ L} = \dots \text{ m}^3$

c $4,3 \text{ km}^2 = \dots \text{ m}^2$

g $0,06 \text{ dL} = \dots \text{ mL}$

d $6,1 \cdot 10^{10} \text{ cm}^2 = \dots \text{ ha}$

h $7,5 \cdot 10^5 \text{ mm}^3 = \dots \text{ L}$

63



a Ronald heeft 50 m^2 hout geverfd en had precies genoeg aan 4 liter verf.

Bereken in welke dikte Ronald de verf heeft aangebracht. Geef het antwoord in mm .

b De kraan in de keuken van Kees en Sandra lekt. Er lekt elke twee seconden één druppel water uit de kraan. Volgens Kees is dat geen probleem, want in een jaar tijd lekt er dan nog geen 8 liter water weg. Onderzoek met een berekening of Kees gelijk heeft. Gebruik dat een druppel een inhoud heeft van $0,05 \text{ mL}$.

A64

De hoeveelheid neerslag wordt meestal gegeven in mm. De gemiddelde jaarlijkse neerslag in De Bilt is ongeveer 880 mm. Dat betekent dat er in een jaar op één vierkante meter in totaal $0,88 \text{ m}^3$ neerslag valt.

- a** Licht dit toe. Hoeveel liter valt er in een jaar op één m^2 bij een jaarlijkse neerslag van 880 mm?

De gemiddelde jaarlijkse neerslagduur in De Bilt is ongeveer 624 uur.

Tijdens een wolkbreuk in De Bilt valt er in 20 minuten 24 mm neerslag. De neerslagintensiteit (het aantal mm neerslag per uur) tijdens de wolkbreuk was veel groter dan de gemiddelde neerslagintensiteit gedurende een jaar.

- b** Bereken hoeveel keer groter.
c Bereken hoeveel m^3 neerslag er tijdens de wolkbreuk viel op een voetbalveld van 102 bij 65 meter in De Bilt.

In de maand juli valt er gemiddeld 81 mm neerslag in De Bilt. Neem aan dat dit gemiddelde voor heel Nederland geldt.

- d** Bereken in gehele m^3 nauwkeurig hoeveel neerslag er gemiddeld per Nederlander in de maand juli valt in heel Nederland. Gebruik dat de oppervlakte van Nederland (inclusief binnenwater) $41\,500 \text{ km}^2$ is en dat Nederland 17,4 miljoen inwoners heeft.

**A65**

De hoeveelheid water op aarde wordt geschat op 1385 miljoen kubieke kilometer (km^3). Bijna al dit water is zout en bevindt zich in de zeeën en oceanen.

Slechts een klein deel van het water is zoet. Daarvan is het grootste deel aanwezig in de vorm van ijs, voornamelijk in de ijskappen op de polen en in gletsjers. De rest van het zoet water zit in meren en rivieren, is grondwater of is als waterdamp in de lucht aanwezig.

De waterkringloop is een gesloten systeem waarbij geen water verloren gaat. Dit betekent dat de totale hoeveelheid water, in welke verschijningsvorm dan ook, constant is.

De ijskappen en gletsjers bevatten 2,1% van al het water op aarde. Dat is 68,7% van de totale hoeveelheid zoet water.

- a** Hoeveel km^3 zoet water is er op aarde? Hoeveel m^3 is dat per aardbewoner? Gebruik dat er 7,7 miljard mensen op aarde zijn.

Jaarlijks verdampt vanuit de oceanen en zeeën $502\,800 \text{ km}^3$ water en vanaf land (inclusief meren, rivieren, ijskappen en gletsjers) $74\,200 \text{ km}^3$. De jaarlijkse hoeveelheid neerslag op de oceanen en zeeën is $458\,000 \text{ km}^3$.

- b** Bereken hoeveel procent van het zoet water jaarlijks als neerslag op land valt. Ga ervan uit dat de totale jaarlijkse verdamping gelijk is aan de totale jaarlijkse neerslag. Rond af op twee decimalen.





Stijn heeft de Bruggenloop Nijmegen gelopen. Hij legde het parcours van 7 km af in 27 minuten en 45 seconden. Om zijn gemiddelde snelheid in km per uur te berekenen, deel je de afstand in km door de tijd in uren.

- a Licht toe dat 45 seconden = 0,75 minuten.
- b Geef de tijd van Stijn in uren.
- c Bereken de gemiddelde snelheid van Stijn in km per uur. Rond af op één decimaal.

Theorie B Tijd, afstand en snelheid

Snelheden worden in het dagelijks leven meestal gegeven in km per uur (km/uur). Bij wandelen heb je een snelheid van ongeveer 5 km/uur.

Een topatleet loopt de marathon met een snelheid van ongeveer 20 km/uur en op sommige snelwegen mag je met de auto 130 km/uur.

Soms is het nodig om een snelheid om te rekenen van meter per seconde (m/s) naar km/uur of omgekeerd.

Omdat 1 uur = $60 \cdot 60 = 3600$ seconden krijg je

1 m/s = $3600 \text{ m/uur} = 3,6 \text{ km/uur}$.

Dus 1 m/s = 3,6 km/uur.

Omgekeerd is $1 \text{ km/uur} = \frac{1}{3,6} \text{ m/s}$.

$$\begin{aligned} 1 \text{ km/uur} &= \\ 1000 \text{ m/uur} &= \\ 1000 \text{ m}/3600 \text{ s} &= \\ 1 \text{ m}/3,6 \text{ s} &= \frac{1}{3,6} \text{ m/s} \end{aligned}$$

Voorbeeld

Op 20 augustus 2009 liep Usain Bolt de 200 meter in 19,19 seconden.

Hoeveel km/uur was zijn gemiddelde snelheid? Rond af op drie decimalen.

Uitwerking

De gemiddelde snelheid is

$$\frac{200}{19,19} \text{ m/s} = \frac{200}{19,19} \cdot 3,6 \text{ km/uur} \approx 37,520 \text{ km/uur}.$$

$$\begin{aligned} \text{snelheid} &= \frac{\text{afstand}}{\text{tijd}} \\ \text{afstand} &= \text{snelheid} \times \text{tijd} \\ \text{tijd} &= \frac{\text{afstand}}{\text{snelheid}} \end{aligned}$$



- a Het wereldrecord 100 meter sprint voor vrouwen staat op naam van Florence Griffith-Joyner met een tijd van 10,49 seconden. Bereken haar gemiddelde snelheid in km/uur en rond af op drie decimalen.
- b Op 31 mei 2004 liep Kenenisa Bekele uit Ethiopië de 5000 meter in 12.37,35. Dat betekent 12 minuten en 37,35 seconden. Hoeveel km/uur was zijn gemiddelde snelheid? Rond af op drie decimalen.
- c De marathon is een hardloophwedstrijd over 42,195 km. Eliud Kipchoge uit Kenia liep op 16 september 2018 de marathon van Berlijn in 2:01.39, dus in 2 uur, 1 minuut en 39 seconden. Wat was zijn gemiddelde snelheid? Geef het antwoord in km/uur en rond af op drie decimalen.

68



Jori loopt een paar keer per week hard. Hij heeft een korte route van 6,0 km en een lange route van 9,8 km.

- Zijn record op de korte route is precies 25 minuten.
Met welk gemiddelde snelheid in km/uur heeft hij die keer gelopen?
- Bij zijn record op de lange route was zijn gemiddelde snelheid 14 km/uur.
Bereken zijn recordtijd in minuten.
- Het hardloophorloge van Jori geeft telkens na een km de km-tijd en de gemiddelde snelheid over deze km.
Welke km-tijd moet Jori gemiddeld aanhouden als hij zijn korte route in 26 minuten wil lopen?
- Ter voorbereiding op een marathon doet Jori een duurloop. Hij loopt 1 uur en 50 minuten met een gemiddelde snelheid van 12,6 km/uur.
Welke afstand heeft Jori gelopen?

69



Vleermuizen gebruiken ultrageluid als radar. Met hun snuit produceren ze hoogfrequente pieptonen. Uit het teruggekaatste geluid maken ze op wat er zich in hun omgeving bevindt.

Hoeveel seconden zit er tussen het produceren van een pieptoon en het opvangen daarvan, als een voorwerp op een afstand van 200 cm van de vleermuis het geluid weerkaatst? Rond af op drie decimalen.
Gebruik dat het geluid een snelheid heeft van 1235 km/uur.

A70



Tussen de plaatsen A en B ligt een snelweg met een lengte van 100 km. Kees rijdt van A naar B en terug. Op de heenreis is zijn gemiddelde snelheid 80 km/uur en op de terugreis 120 km/uur.

- Licht met berekeningen toe dat Kees over de heenreis 75 minuten doet en over de terugreis 50 minuten.
- Uit a volgt dat de gemiddelde snelheid over de heen- en terugreis samen 96 km/uur is. Licht dit toe met een berekening.

$$\text{snelheid} = \frac{\text{afstand}}{\text{tijd}}$$

We bekijken nu de situatie dat de lengte van de snelweg d km is.

De tijd t in uren die Kees over de heen- en terugreis samen doet is dan $t = \frac{1}{48}d$.

- Licht dit toe en toon aan dat de gemiddelde snelheid over de heen- en terugreis samen niet afhangt van d .

Ten slotte bekijken we de situatie dat, bij een lengte van de snelweg van d km, de snelheid op de heenreis de helft is van de snelheid op de terugreis. Stel de snelheid op de heenreis is a km per uur.

De tijd t in uren over de heen- en terugreis samen is dan $t = \frac{3d}{2a}$.

- Toon dit aan.
- Druk de gemiddelde snelheid over de heen- en terugreis samen uit in a .

A71
□ ⊗ *

De snelheid van het licht is 300 000 km/s. De afstand die het licht in een jaar aflegt heet een lichtjaar.

- a Hoeveel seconden doet het licht erover om 1 km af te leggen? Schrijf het antwoord in de wetenschappelijke notatie en rond af op één decimaal.
- b Bereken hoeveel km een lichtjaar is. Schrijf het antwoord in de wetenschappelijke notatie en rond af op twee decimalen.
- c De afstand tussen de aarde en de maan is ongeveer 1,3 lichtseconden. Hoeveel km is dat?
- d De onbemande ruimtesonde Voyager 2 werd op 20 augustus 1977 gelanceerd. De sonde raast door de ruimte met een snelheid van 56 500 km/uur. Hoeveel lichtjaar heeft Voyager 2 nu afgelegd? Rond het antwoord af op drie decimalen.



E72
*

Sandra rent van A naar B en meteen daarna terug naar A. Op de heenweg loopt ze met een snelheid van 14 km/uur en op de terugweg met een snelheid van 12 km/uur. Ze doet 1 uur en 5 minuten over de totale afstand. Hoeveel km is de afstand tussen A en B?

O73
□ ⊗ *

In de Verenigde Staten van Amerika gebruikt men de eenheid kubieke feet (ft^3) om de hoeveelheid gebruikt drinkwater aan te geven. Met de formule $K = 0,025x + 45$ bereken je de kosten in dollars bij het gebruik van $x \text{ ft}^3$ drinkwater.

- a Bereken de kosten bij het gebruik van 200 ft^3 drinkwater.

De kosten K zijn uit te drukken in y , waarbij y het aantal gebruikte m^3 drinkwater is. Hierbij gebruik je dat $1 \text{ foot} = 30,48 \text{ cm} = 0,3048 \text{ m}$. Afgerond op twee decimalen is 200 ft^3 gelijk aan $5,66 \text{ m}^3$.

- b Licht dit toe met een berekening.

Er geldt $x \approx 35,3y$.

- c Licht dit toe.

Met $x = 35,3y$ wordt de formule $K = 0,8825y + 45$.

- d Licht dit toe en gebruik deze formule om te berekenen hoeveel de kosten zijn bij het gebruik van $5,66 \text{ m}^3$ drinkwater. Klopt dit met je antwoord op vraag a?

Theorie C Eenheden omzetten

In de formule $N = 0,01w^2 + 2w + 10$ is w de tijd in weken. Deze formule zet je als volgt om naar een formule waarbij N is uitgedrukt in de tijd d in dagen.

In één week zitten 7 dagen, dus het aantal weken is $\frac{1}{7} \times$ het aantal dagen. Dat betekent dat je in de formule w vervangt door $\frac{1}{7}d$.

Zo krijg je

$$N = 0,01 \cdot \left(\frac{1}{7}d\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{7}d + 10 = 0,0002040\dots d^2 + 0,28571\dots d + 10.$$

Afronden geeft de formule $N = 0,000204d^2 + 0,2857d + 10$.

In het voorbeeld wordt het benzineverbruik dat is uitgedrukt in liter per 100 km omgezet naar mijl per gallon. Hierbij wordt km omgezet naar mijl en liter naar gallon.

$$w = \frac{1}{7}d$$

controle: $d = 7$ geeft
 $w = 1$ en dat klopt.

Voorbeeld

In veel landen, waaronder Nederland, wordt het benzineverbruik van personenauto's vaak uitgedrukt in liter per 100 km. In landen die het Brits-Amerikaanse maatsysteem gebruiken, wordt het benzineverbruik uitgedrukt in mijl per gallon.

Een auto met benzinemotor heeft volgens de fabrikant een verbruik van 6,0 liter per 100 km.

Druk dit verbruik uit in mijl per gallon. Rond af op één decimaal.

Gebruik 1 mijl = 1,6 km en 1 gallon = 3,8 liter.

Uitwerking

6,0 liter per 100 km = 100 km per 6,0 liter =

$$\frac{100}{1,6} \text{ mijl per } \frac{6,0}{3,8} \text{ gallon} = \frac{100}{1,6} : \frac{6,0}{3,8} \text{ mijl per gallon} \approx$$

39,6 mijl per gallon



R74

Zie het voorbeeld.



a In de eerste stap van de uitwerking staat een omkering.

Waarom is deze omkering nodig?

b Licht toe dat $100 \text{ km} = \frac{100}{1,6} \text{ mijl}$ en $6,0 \text{ liter} = \frac{6,0}{3,8} \text{ gallon}$.

75



Auto 1 heeft een benzineverbruik van 5,8 liter per 100 km. Auto 2 heeft een benzineverbruik van 6,4 liter per 100 km.

a Hoeveel km komt auto 1 verder dan auto 2 met een volle tank van 50 liter?

b Auto 1 heeft 40 liter benzine in de tank.

Hoeveel liter moet auto 2 in de tank hebben, zodat deze even ver kan rijden als auto 1? Rond af op één decimaal.

76



- a** Een schip legt in 8 uur 110 zeemijlen af.
Bereken de gemiddelde snelheid in km/uur. Rond af op één decimaal.
Gebruik dat 1 zeemijl = 1852 meter.
- b** Het Arches National Park in Utah (VS) heeft een oppervlakte van 76 679 acres.
Hoeveel km² is dat? Rond af op gehele. Gebruik dat 1 acre = 4049 m².



- c** In de formule $N = 0,1t^2 + 0,5t + 10$ is t de tijd in uren.
Zet de formule om naar de vorm $N = at^2 + bt + c$ met d de tijd in dagen.
- d** In de formule $L = 0,04t^2 - t + 31$ is t de tijd in dagen en L de lengte in inch.
Zet de formule om naar de vorm $l = aw^2 + bw + c$ met w de tijd in weken en l de lengte in cm. Rond in het antwoord af op twee decimalen en gebruik dat 1 inch = 2,54 cm.

77

*

Volgens een autofabrikant wordt het benzineverbruik van een van zijn modellen gegeven door de formule $B = 0,000625v^2 - 0,1v + 10$. Hierin is v de snelheid van de auto in km/uur met $40 \leq v \leq 150$ en B het benzineverbruik in liter per 100 km.

- a** Bij welke snelheid is het benzineverbruik minimaal? Hoeveel km kun je bij deze snelheid rijden met een tank van 45 liter?

Je kunt de formule $B = 0,000625v^2 - 0,1v + 10$ omzetten naar een formule waarbij het benzineverbruik V in liter per 100 mijl is en de snelheid x in mijl per uur. Je gebruikt 1 mijl = 1,6 km. Zo krijg je de formule $V = 0,00256x^2 - 0,256x + 16$.

- b** Toon aan dat de formule van V juist is.

De formule $V = 0,00256x^2 - 0,256x + 16$ is om te zetten naar een formule waarbij het benzineverbruik P in gallon per 100 mijl is en de snelheid x in mijl per uur.

- c** Leid deze formule af. Gebruik dat 1 gallon = 3,8 liter.

Bij een onderzoek naar de toestand van het Great Barrier Reef voor de noordoostkust van Australië is een model opgesteld van de temperatuur van het zeewater voor de kust. Het model is $F = 0,252m^2 - 3,06m + 84,2$. Hierin is F de temperatuur van het zeewater in graden Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$) en m de tijd in maanden met $m = 0$ op 1 januari en $0 \leq m \leq 12$.



Voor het omrekenen van graden Fahrenheit

naar graden Celsius ($^{\circ}\text{C}$) gebruik je de formule

$C = \frac{F - 32}{1,8}$. Hierin is C de temperatuur in $^{\circ}\text{C}$ en F de temperatuur in $^{\circ}\text{F}$.

Uit de formule $C = \frac{F - 32}{1,8}$ volgt $F = 1,8C + 32$.

- a Toon dit aan.
- b Bereken in graden Celsius hoeveel de temperatuur van het zeewater afneemt tussen 1 februari en 1 april. Rond af op één decimaal.
- c Bereken hoeveel $^{\circ}\text{F}$ de minimale temperatuur van het zeewater is. Geef ook de minimale temperatuur in $^{\circ}\text{C}$. Rond af op één decimaal.

De formule $F = 0,252m^2 - 3,06m + 84,2$ is om te zetten naar de formule $C = 0,14m^2 - 1,7m + 29$. Hierin is C de temperatuur van het zeewater in $^{\circ}\text{C}$.

- d Toon dit aan.

De formule $C = 0,14m^2 - 1,7m + 29$ is om te zetten naar de formule $C = 0,0075w^2 - 0,39w + 29$. Hierin is w de tijd in weken met $w = 0$ op 1 januari.

- e Toon dit aan. Gebruik $1 \text{ maand} = \frac{52}{12}$ weken.

De formule $C = 0,0075w^2 - 0,39w + 29$ is om te zetten naar een formule van de vorm $C = ad^2 + bd + 29$. Hierin is d de tijd in dagen met $d = 0$ op 1 januari.

- f Bereken a en b . Geef a en b in de wetenschappelijke notatie en rond af op twee decimalen.
- g Bereken voor welke d de temperatuur van het zeewater minimaal is.

A79
□ ⊗ *

Bij een orkaan kan er door stormvloed enorme schade aan de kust ontstaan. Om een idee te krijgen hoe hoog het water kan worden opgestuwd, heeft men het model hiernaast gemaakt. Je ziet een langwerpige bak, die gedeeltelijk met water is gevuld. Er wordt lucht geblazen over het wateroppervlak en daarna wordt er gewacht tot het water stopt met klotsen. Er gebeuren dan twee dingen: het water circuleert en het stuwt met de wind mee op.



Op grond van experimenten met zo'n bak heeft men een formule opgesteld van de toename van de hoogte van het water. Deze formule is

$$H = 0,00035 \cdot \frac{v^2 l}{h}.$$

Hierin is H de toename van de hoogte in voet, v de

windsnelheid in mijl per uur, l de lengte in mijl waarover de wind over het wateroppervlak blaast en h de gemiddelde waterdiepte in voet.

Gebruik in deze opgave dat 1 mijl = 1,6 km en 1 voet = 30,5 cm.

- a** Welke bezwaren zijn er tegen het model van de bak in te brengen, als je de resultaten wilt gebruiken om voorspellingen te doen over de stormvloed bij een orkaan?
- b** Bij een orkaan met een windsnelheid van 90 mijl per uur, blaast de wind over een lengte van 80 mijl over kustwater dat een gemiddelde diepte heeft van 25 voet.
Bereken met de formule de toename van de hoogte van het water aan de kust. Rond af op gehele dm.
- c** Bij een orkaan met een windsnelheid van 160 km per uur, blaast de wind over een lengte van 120 km over kustwater dat een gemiddelde diepte heeft van 10 meter.
Reken deze gegevens om naar achtereenvolgens mijl per uur, mijl en voet. Bereken hiermee met de formule hoeveel de toename van de hoogte van het water aan de kust is. Geef het antwoord in meter en rond af op één decimaal.
- d** De gegeven formule is om te zetten naar een formule van de vorm

$$H = c \cdot \frac{v^2 l}{h}$$

met H in meter, v in km per uur, l in km en h in meter.

Bereken voor deze formule de constante c . Geef het antwoord in de wetenschappelijke notatie en rond af op twee decimalen.

Terugblik

Lengte, oppervlakte en inhoud

Hieronder staan de belangrijkste maten voor lengte, oppervlakte en inhoud.

lengte	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
oppervlakte	km ²	hm ² (ha)	dam ² (are)	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
inhoud	km ³	hm ³	dam ³	m ³	dm ³ (L)	cm ³ (mL)	mm ³

Bij de lengtematen zit er tussen elke stap een factor 10.

Zo is $1 \text{ km} = 10 \cdot 10 \cdot 10 \text{ m} = 1000 \text{ m}$. Omgekeerd is $1 \text{ m} = \frac{1}{1000} \text{ km}$.

Bij de oppervlaktematen zit er tussen elke stap een factor 100.

Zo is $1 \text{ cm}^2 = \frac{1}{100^2} \text{ m}^2$.

Bij de inhoudsmaten zit er tussen elke stap een factor 1000.

Zo is $1 \text{ m}^3 = 1000^3 \text{ mm}^3$.

Verder is $1 \text{ L} = 10 \text{ dL} = 100 \text{ cL} = 1000 \text{ mL}$.

Tijd, afstand en snelheid

Bij het omrekenen van meter per seconde (m/s) naar kilometer per uur (km/uur) gebruik je dat $1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/uur}$.

Omgekeerd is $1 \text{ km/uur} = \frac{1}{3,6} \text{ m/s}$.

Loopt een atleet de 400 meter in 44,25 seconden, dan is zijn gemiddelde

snelheid $\frac{400}{44,25} \text{ m/s} = \frac{400}{44,25} \cdot 3,6 \text{ km/uur} \approx 32,542 \text{ km/uur}$.

Eenheden omzetten

Waar de Rijn Nederland binnenkomt is de waterdoorvoer gemiddeld $2200 \text{ m}^3/\text{s}$. Om te berekenen hoeveel km^3 dat per jaar is, gebruik je dat $1 \text{ km}^3 = 10^9 \text{ m}^3$ en $1 \text{ jaar} = 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60$ seconden.

Dus $2200 \text{ m}^3/\text{s} = 2200 \cdot \frac{365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60}{10^9} \approx 69 \text{ km}^3/\text{jaar}$.

Om te berekenen hoeveel hectare gelijk is aan 250 vierkante mijl, gebruik je dat $1 \text{ mijl} = 1,6 \text{ km}$.

Dus $250 \text{ vierkante mijl} = 250 \cdot 1,6^2 = 640 \text{ km}^2 = 64\,000 \text{ ha}$.

In de formule $A = 0,05t^2 + 4t + 3$ is t de tijd in uren. Om deze formule om te zetten in een formule waarbij A wordt uitgedrukt in de tijd d in dagen gebruik je dat $1 \text{ dag} = 24 \text{ uur}$, dus $t = 24d$.

Je krijgt $A = 0,05 \cdot (24d)^2 + 4 \cdot 24d + 3 = 28,8d^2 + 96d + 3$, dus $A = 28,8d^2 + 96d + 3$.

Eindopdracht Hoogwater in de rivieren

In de eerste helft van januari 2018 was de waterstand in de rivieren extreem hoog door veel regenval in Duitsland en België en smeltwater uit Zwitserland.

Op donderdag 11 januari 2018 stond hierover een column van Bert Wagendorp in de Volkskrant. Hiernaast zie je het eerste gedeelte van deze column.

In de berekening van Bert klopt niet alles.

- Onderzoek wat er niet klopt in deze berekening.

De gemiddelde afvoer in de gehele Rijndelta, dat is inclusief de afvoer van de Maas, is $2900 \text{ m}^3/\text{s}$.

- Bereken hoeveel km^3 water er gedurende een jaar wordt afgevoerd in de gehele Rijndelta. Denk je dat je hiermee de gehele Noordzee kunt vullen?

De gemiddelde afvoer van de Rijn zoals deze bij Lobith ons land binnenkomt is $2300 \text{ m}^3/\text{s}$. Het stroomgebied van de Rijn in Zwitserland en Duitsland is totaal $160\,000 \text{ km}^2$.

Als je aanneemt dat de helft van alle neerslag in dit stroomgebied door de Rijn wordt afgevoerd, dan kun je de gemiddelde jaarlijkse neerslag in het stroomgebied van de Rijn berekenen.

- Bereken onder deze aanname de gemiddelde jaarlijkse neerslag in het stroomgebied van de Rijn in cm nauwkeurig. Vergelijk dit met het gegeven in opgave 64. Kan je berekening kloppen?

ARTIKEL

Schitterend plan

Het water in de Rijn bereikte gisteren de hoogste stand. Bij Tolkamer stroomde per seconde zeven miljoen liter Duits en Zwitsers water ons land binnen. In gewone landen zou dat tot dolle paniek leiden en menige delta zou blank staan; zo niet hier. Hier keken de ingenieurs van Rijkswaterstaat tevreden toe: het plan deed het. ‘Alles wat we hebben bedacht werkt’, zei Harold van Waveren van Rijkswaterstaat, tevens voorzitter van de Landelijke Coördinatiecommissie Overstromingsdreiging, tegen onze Mac van Dinther.

‘Het plan’ heet Ruimte voor de Rivier. In 1995 stroomde de Betuwe bijna onder water, waarna het plan werd opgesteld. Dat bestond uit 34 projecten die een nieuwe panieksituatie moesten voorkomen. De totale kosten zouden naar schatting 2,3 miljard euro bedragen. In 2007 werd met de uitvoering van het plan begonnen.

In een persoonlijk staaltje factchecking probeerde ik gisteren te checken of dat wel kan, 7 miljoen liter per seconde. Dat is namelijk 420 miljoen liter per minuut, 25,2 miljard liter per uur, 604,8 miljard liter per etmaal. Dat leek me waanzinnig veel, minstens een Noordzeetje of dertig. Hielden ze in Duitsland überhaupt nog water over, op deze manier? Ik probeerde uit te rekenen hoe groot een aquarium moest zijn waarin je een etmaal Rijnwater kon bergen: tien bij tien bij zes kilometer. Groot, maar niet onoverzichtelijk groot. Sommetjes zijn mooi.

Ik heb altijd een ingenieursbrein willen hebben; de relaxte overzichtelijkheid van opmeten, uitrekenen, plannen en uitvoeren. De werkelijkheid vangen in cijfers en formules en daarna naar je hand zetten. Geen slap fatalisme, maar actie. Helaas heb ik een chaosbrein.

Diagnostische toets

3.1 Breuken en verhoudingen

1 Herleid.

a $5 \cdot \frac{3a}{b} \cdot \frac{a-2}{2b}$ b $\frac{3x}{4} \cdot \frac{2-y}{x}$ c $4p : \frac{4p+1}{2p+1}$

2 Herleid tot één breuk.

a $\frac{4}{3p} - \frac{2}{5p}$ b $\frac{1}{x} + x \cdot \frac{5y}{4x^2}$ c $\frac{ab}{2a^2} \cdot (b+1) - (a+1) \cdot \frac{3}{a(a+1)}$

3 In een zakje Mexicaanse mix zitten drie soorten zoutjes, namelijk nootjes, ringetjes en driehoekjes in een gewichtsverhouding van 8 : 7 : 4.

- a Bereken hoeveel gram van elke soort in de zak zit als het totale gewicht 285 gram is.
b Bereken hoeveel gram driehoekjes in de zak zit als deze in totaal 180 gram nootjes en ringetjes bevat.

3.2 Herleiden van formules

4 a Werk bij $(3x-2)^2 - (2x+1)(3x-1)$ de haakjes weg en herleid.

- b De formule $L = 0,032 \cdot \frac{p}{0,0128} \cdot (2+6q)$ is te herleiden tot de vorm $L = apq + bp$.
Bereken a en b .

5 a Maak y vrij bij de vergelijking $4x - 3y = 15$.

b Druk x uit in y bij de vergelijking $6(2x-1) + 9y = 24$.

c Schrijf P als functie van Q bij de formule $5\left(\frac{2}{3}P - 6\right) + 3Q = 4(3-P)$.

3.3 Procentberekeningen en de wetenschappelijke notatie

6 De volgende vragen gaan over een Wereldwinkel.

- a In januari was de omzet 3950 euro. In februari daalde de omzet met 38% ten opzichte van januari.
Bereken de omzet in februari.
b Ten opzichte van maart is in april de omzet met 12% toegenomen tot 3250 euro.
Hoeveel was de omzet in maart?
c De omzet steeg in augustus met 14% ten opzichte van juli. Ook in september en oktober steeg de omzet ten opzichte van de maand ervoor. De percentages waren achtereenvolgens 6% en 12%.
Hoeveel procent was de omzet in oktober hoger dan in juli?
d Gemiddeld gaat 45% van de bezoekers van de winkel over tot een aankoop. In november werd 216 keer een aankoop gedaan.
Hoeveel bezoekers kwamen die maand in de winkel?

- 7** Schrijf de antwoorden in de wetenschappelijke notatie. Rond zo nodig af op twee decimalen.
- a** Op een bepaald moment bevindt de maan zich op 384 duizend kilometer van de aarde. De zon staat op dat moment 400 keer zo ver van de aarde.
Hoeveel meter is de afstand tussen de zon en de aarde?
 - b** Van een bacteriesoort is de lengte een miljoenste deel van de lengte van een volwassen mens.
Geef een schatting van de lengte van deze bacterie in mm.

3.4 Rekenen met eenheden

- 8** Hans vult zijn bad met 160 liter water. Het bad is balkvormig met een lengte van 1,35 m en een breedte van 52 cm.
Bereken hoeveel cm hoog het water komt.
- 9** Kim begint met hardlopen. Ze loopt telkens 5,1 km.
- a** De eerste keer doet ze er 43 minuten over.
Bereken haar gemiddelde snelheid in km/uur.
 - b** De beste vriendin van Kim heeft al veel langer getraind. Zij loopt met een snelheid van 11 km/uur hetzelfde rondje.
Hoelang doet ze er over? Geef het antwoord in minuten nauwkeurig.
- 10** Annelieke meet regelmatig de lengte van haar baby Suze, om te controleren of ze goed groeit. Het eerste half jaar kan haar lengte beschreven worden door de formule $l = -0,00002d^2 + 0,138d + 50,9$. Hierin is l de lengte in centimeter en d de tijd in dagen.
- a** Zet deze formule om naar een formule waarbij de lengte L in meter is en de tijd w in weken.
- Op vakantie in Engeland wil Annelieke flesvoeding geven. Op de verpakking leest ze dat aan elke fluid ounce water (fl.oz.) een schepje melkpoeder moet worden toegevoegd.
- b** Hoeveel schepjes moet Annelieke aan 250 mL water toevoegen? Rond af op gehelen. Gebruik dat 1 fl.oz. = 28,41 mL.

